وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الشمالية
المعهد التقني/ الموصل

# الحقيبة التعليمية

**القسم العلمي: تقنيات البيئة والموارد المائية**

**اسم المقرر: الميكانيك الهندسي**

**المرحلة / المستوى: الاول**

**الفصل الدراسي: الاول**

**السنة الدراسية: 2024 - 2025**

# معلومات عامة

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **اسم المقرر:** | **الميكانيك الهندسي** | | | | | | |
| **القسم:** | تقنيات البيئة والموارد المائية | | | | | | |
| **الكلية:** | المعهد التقني الموصل | | | | | | |
| **المرحلة / المستوى** | الاول | | | | | | |
| **الفصل الدراسي:** | الاول | | | | | | |
| **عدد الساعات الاسبوعية:** | نظري | 1 | عملي | 2 | | | |
| **عدد الوحدات الدراسية:** | 3 | | | | | | |
| **الرمز:** | WRTI138 | | | | | | |
| **نوع المادة** | نظري | | عملي | | كلهما | ✓ | |
| **هل يتوفر نظير للمقرر في الاقسام الاخرى** | نعم | | | | | | |
| **اسم المقرر النظير** | الميكانيك الهندسي | | | | | | |
| **القسم** | التقنيات المدنية + ميكانيك | | | | | | |
| **رمز المقرر النظير** | | | | | | | |

## معلومات تدريسي المادة

| | |
|---|---|
| **اسم مدرس (مدرسي) المقرر:** | د. محمد اكرم سعدي |
| **اللقب العلمي:** | **أستاذ مساعد** |
| **سنة الحصول على اللقب** | 2023 |
| **الشهادة :** | **دكتوراه** |
| **سنة الحصول على الشهادة** | **2017** |
| **عدد سنوات الخبرة ( تدريس)** | **20** |

## الوصف العام للمقرر

تعريف الطالب بالقوى المؤثرة على الاجسام وكيفية حساب قيمها وتحليل المنشآت والمباني وحساب مركز ثقل المساحات المركبة غير القياسية وتعليم الطالب كيفية حساب الانحناء في السقوف والعتبات نتيجة الاحمال المسلطة على المنشأ وتحديد مناطق الاجهادات في المنشآت

## الاهداف العامة

حدد الأهداف الرئيسية للمقرر: ماذا يجب أن يتعلم الطلاب ويحققوا بنهاية المقرر؟ استخدم عبارات مثل "سيتعلم الطلاب" أو "سيتمكن الطلاب من". ( ارجو الاطلاع على الدليل المرفق)

- سيتمكن الطالب من فهم أهمية علم الميكانيك الهندسي في التصاميم الهندسية وتوزيع الاحمال وانواعها
- سيتعلم الطالب طرق التحليل الخاصة بتحمل المنشآت
-

## الأهداف الخاصة

- سيتعلم الطالب طرق تحليل القوى
- سيتمكن الطالب من رسم جهد القص وعزم الالتواء للعتبات
- سيتمكن الطالب من إيجاد ردود أفعال المفاصل الثابتة والمتحركة

## الأهداف السلوكية او نواتج التعلم

- **تطبيق مبادئ الميكانيكا على التصميم:**
- ان يطبق الطالب مفاهيم الميكانيكا في تصميم وتحليل العناصر الميكانيكية والهياكل.
- ان يستخدم الطالب مبادئ الميكانيكا لتقييم أداء وتصميم المكونات الهندسية مثل الأعمدة، والمشتركات، والمحاور.
- **استخدام أدوات التحليل والتصميم:**
- ان يستخدم الطالب البرامج الهندسية والتقنيات الحديثة لتحليل وتصميم الأنظمة والهياكل الميكانيكية.
- ان يطبق الطالب أدوات التحليل الحاسوبي مثل التحليل العناصر المنتهية (FEA) لتحليل الإجهادات والتشوهات.
- **ان يحل الطالب المشكلات المعقدة** المتعلقة بالاحمال المسلطة على المباني
-

## المتطلبات السابقة

- يتوجب على الطالب ان يكون على دراية في التعامل مع الزوايا والتحليلات الرياضياتية

| الأهداف السلوكية او مخرجات التعليم الأساسية | | الية التقييم |
|---|---|---|
| ت | معرفة القوانين الأساسية مثل قوانين نيوتن للحركة، وقوانين الديناميكا، وقوانين الاستاتيكا. | الامتحان النظري والتقارير الاسبوعية |
| 1 | **تحليل القوى والتوازن:** | الامتحان النظري والتقارير الاسبوعية |
| 2 | القدرة على تحليل قوى التوازن في الأنظمة الثابتة (استاتيكا) والأنظمة المتحركة (ديناميكا). | الامتحان النظري والتقارير الاسبوعية |
| 3 | حل مشاكل القوى والعزوم في الهياكل والأنظمة المختلفة، بما في ذلك الهياكل البسيطة والمعقدة. | الامتحان النظري والتقارير الاسبوعية |
| 4 | **تحليل الإجهادات والتشوهات:** | الامتحان النظري والتقارير الاسبوعية |

**أساليب التدريس** (حدد مجموعة متنوعة من أساليب التدريس لتناسب احتياجات الطلاب ومحتوى المقرر)

| | الاسلوب او الطريقة | مبررات الاختيار |
|---|---|---|
| 1. | المحاضرات النظرية | المقرر نظري |
| 2. | | |
| 3. | | |
| 4. | | |
| 5. | | |
| 6. | | |

# المحتوى العلمي

| اسم المادة | باللغة العربية | ميكانيك هندسي | السنة الدراسية الاولى | عدد الساعات الاسبوعية | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | باللغة الانكليزية | Engineering Mechanic | | نظري | عملي | المجموع | عدد الوحدات |
| لغة التدريس للمادة | | انكليزي | المستوى الاول الفصل الاول (الدروس الاجبارية) | 2 | --- | 2 | 2 |

المفردات النظرية

| الأسبوع | تفاصيل المفردات |
|---|---|
| 1 | القوة , تحليلها , محصلتها ، عزم القوة , الازدواج ، ألأتزان , شروطه , اتزان القوى المتلاقية , والغير متلاقية |
| 2 | التطبيق على الحاسوب تمارين في تحليل القوى وايجاد محصلاتها (كمجاميع 1 , 2 , 3 ) ، ألأحتكاك أنواعه – قوانينه – زاوية الاحتكاك – معامل الاحتكاك |
| 3 | ألقوايش , انواعها المسطحة , وقوايش لما , والمسننه , تطبيقاتها ، غير المركز الناقل للاشكال الهندسية المنتظمة , والغير منتظمة ، مركز الثقل للمساحات المركبة |
| 4 | عزم القصور الذاتي ( للاشكال الهندسية – مربع – مثلث – مستطيل – دائرة عزم القصور الذاتي للمساحات المركبة |
| 5 | التطبيق على الحاسوب تمارين حول مسائل الاحتكاك ومراكز النقل وعزم القصور ، الجمع مركز النقل وعزم القصور |
| 7 - 6 | القدرة – الشغل , العلاقة بين القدرة والسرعة والقوة ، مقاومة مواد – الاجهادات انوعها |
| 8 | الانفعال انواعه وتطبيقاته ، منحني الاجهاد والانفعال ورسمه ، التشوهات التشوه المرن , التشوه اللدن |
| 9 | أجهاد الشد والانضغاط , وقانون هوك وتطبيقاتها |
| 10 | تمارين تطبيقية على الحاسوب حول مراكز الانتقال وعزم القصور ومسائل الاجهاد والانفعال |
| 11 | اجهاد القص – قوانينه – تطبيقاته في البراغي – ومناطق الربط والبرشام ، اجهاد اللي قوانينه للقضبان الصلدة والمجوفة |
| 12 | دمج القوى المركزية والمنتشرة |
| 13 | تطبيقات في الحاسوب حول رسم القص والعزم ورسم المقاطع الخرسانية العادية والمسلحة |
| 14 | تطبيقات في الحاسوب حول رسم اجهادات الأنضغاط واجهادات الشد في المقاطع المتجانسة والمقاطع غير المتجانسة |
| 15 | مناقشة النتائج التطبيقية لتطبيق مفردات المادة بالحاسبة |

## Mechanics :

*Is a branch of physical science which study the motion of bodies .*

## Engineering mechanics

*Is that science which deals with affection of forces system acting on rigid body.*

## Engineering mechanics have two parts :

1- Static السكون

2- Dynamic الحركة

وتهتم بدراسة حركة الاجسام بتعجيل

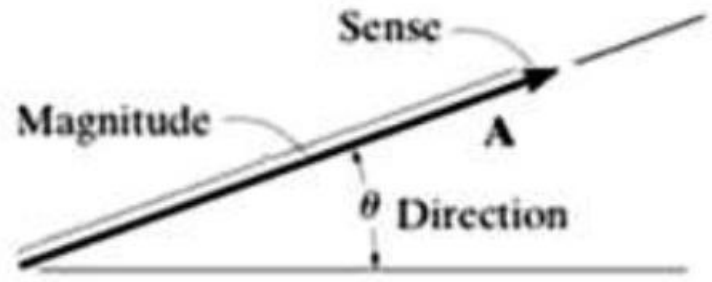
# PHYSICAL QUANTITIES
## المقادير الفيزيائية

### 1- Scalar quantity:

*which have magnitude only like time, volume area.*

### 2- Vector quantity:

*which have magnitude and direction . EX: force , velocity , moment …etc.*



# FORCE ( القوة)

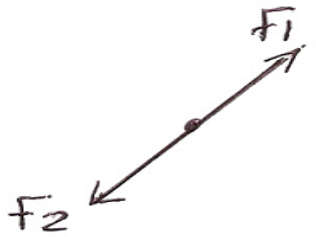
*It is the action of one body on another which change or tend to change the motion of the body acted on.*

## Force system (منظومة القوة)

ويمكن ان تصنف الى :

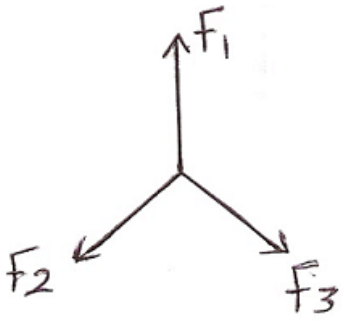
### 1- Collinear system

القوى الواقعة على خط فعل واحد (متلاقية)



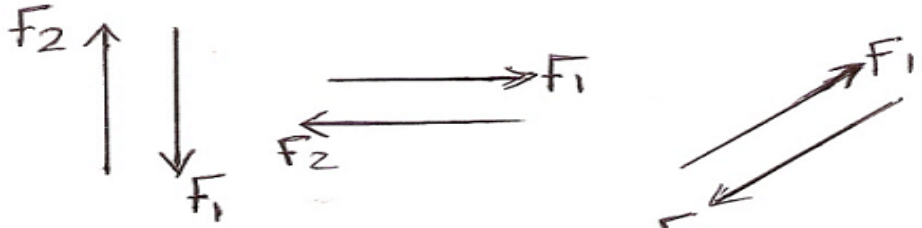

### 2- Concurrent coplanar system

القوى المتلاقية والواقعة في مستوي واحد



## 3- Parallel coplanar system:

القوى المتوازية والواقعة في مستوي واحد



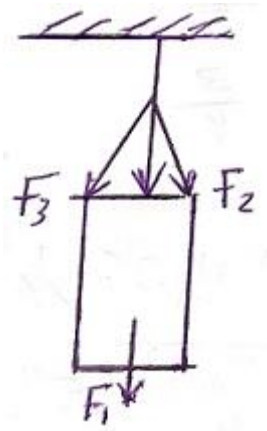

## 4- Non concurrent non parallel coplanar system :

قوى غير متوازية وغير متلاقية واقعة في نفس المستوى

## 5- Concurrent non coplanar system :

قوى متلاقية لكن غير واقعة

في نفس المستوي



# TRIANGLE FORCE LOW

ويستعمل هذا القانون في حالة تحليل القوى

الى مركبين متعامدين فقط أي الزاوية المحصورة بينهما =90

الطريقة الاولى ( بالاعتماد على قوانين المثلثات ):

$$\sin \propto = \frac{BC}{AC} \quad , \quad BC = AC \cdot \sin \propto$$

$$\cos \propto = \frac{AB}{AC} \quad , \quad AB = AC \cdot \cos \propto$$

$$\tan \propto = \frac{BC}{AB}$$

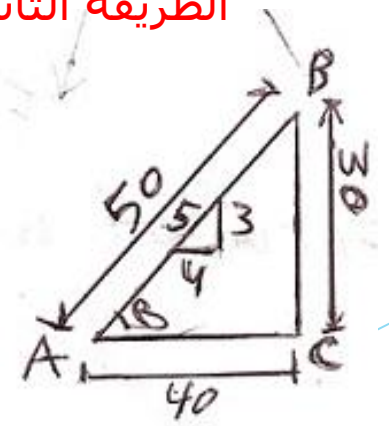
الطريقة الثانية ( من معرفة نسبة الاضلاع):

$$L = \sqrt{(30)^2+(40)^2} = 50$$

$$\sin \beta = \frac{3}{5}$$

$$\cos \beta = \frac{4}{5}$$

$$\tan \beta = \frac{3}{4}$$



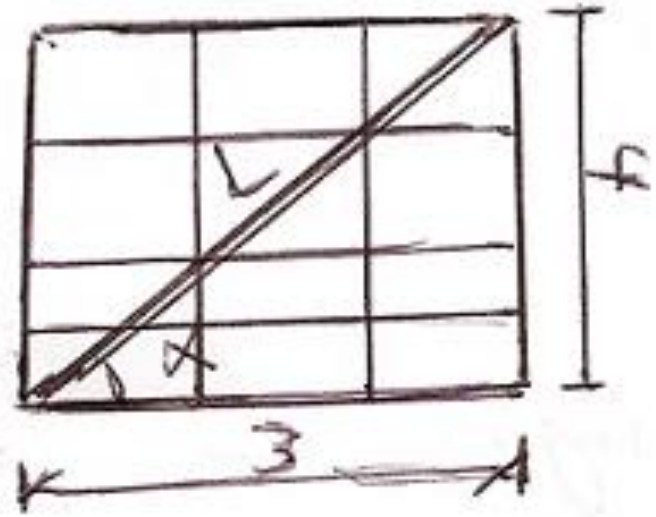
## الطريقة الثالثـــة ( الطريقة البيانية) :

$$L = \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = 5$$

$$\sin\alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos\alpha = \frac{3}{5}$$

$$\tan\alpha = \frac{4}{3}$$



# PARALLELOGRAM LOW

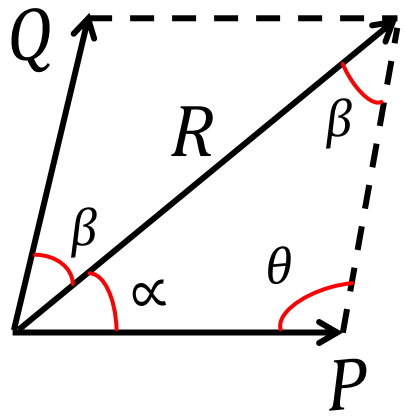
## قانون متوازي الاضلاع

### A ) Cosine law

When $\beta + \alpha \neq 90^\circ$

$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$

$\therefore \quad R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2P\cos\theta}$




When $\beta + \alpha = 90^\circ$

$\theta = 90^\circ$

$\therefore \quad R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2P\cos\theta}$

But $\cos\theta = 0$

$\therefore \quad R = \sqrt{P^2 + Q^2}$

## *B) Sine law:*

*ويستخدم هذا القانون في الحالين أي عندما تكون الزاوية المحصورة بين القوتين تساوي او لا تساوي 90*

1- $\theta \neq 90^{\circ}$

$$\frac{R}{\sin\theta} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{P}{\sin\alpha}$$

---

2- $\theta = 90^{\circ}$

$$\frac{R}{\sin\theta} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{P}{\sin\alpha}$$

**But** $\sin 90 = 1$

$\therefore$ $R = \frac{Q}{\sin\beta}$ *OR* $R = \frac{P}{\sin\alpha}$

# Moments (العزوم)

***العزم : وهو قيمة متجهة لقياس مدى قدرة قوة على تدوير المجسّـم حول محور ما .***

العزم = القوة × ذراعها

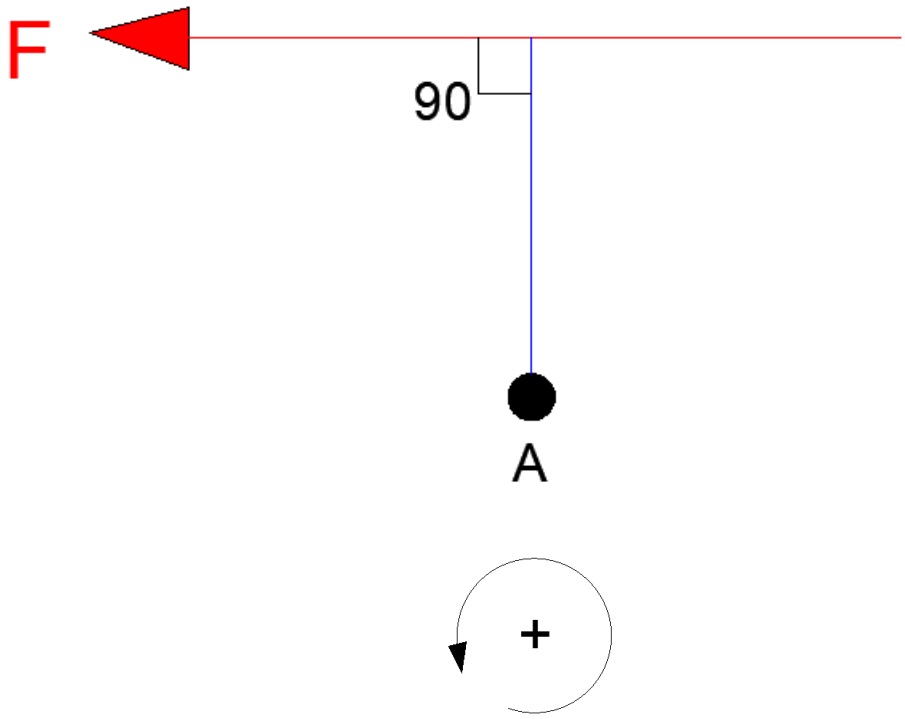
$$\mathbf{M@_{Point}} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{d}$$

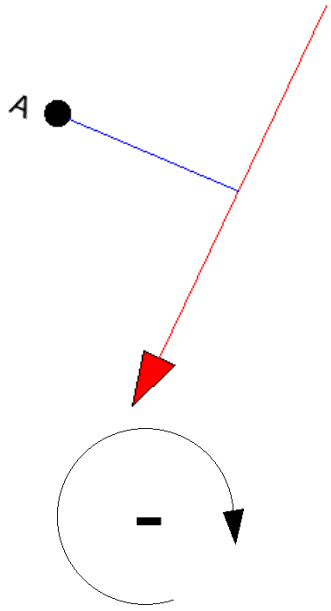
**where:**

**M**: The moment about the point (N. mm).

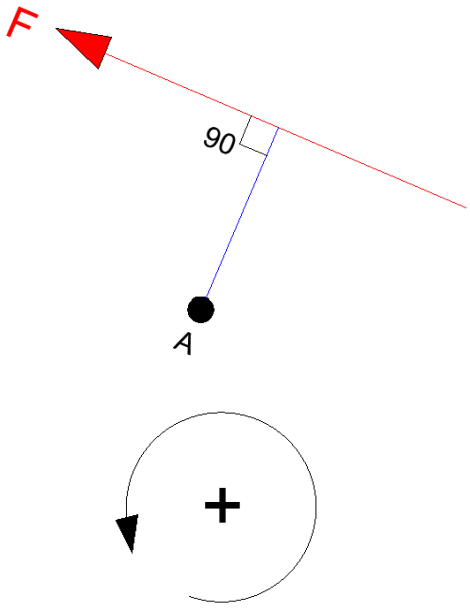
**F** : Force (N).

**d**: Perpendicular distance (Moment arm) between the force and the point (mm)

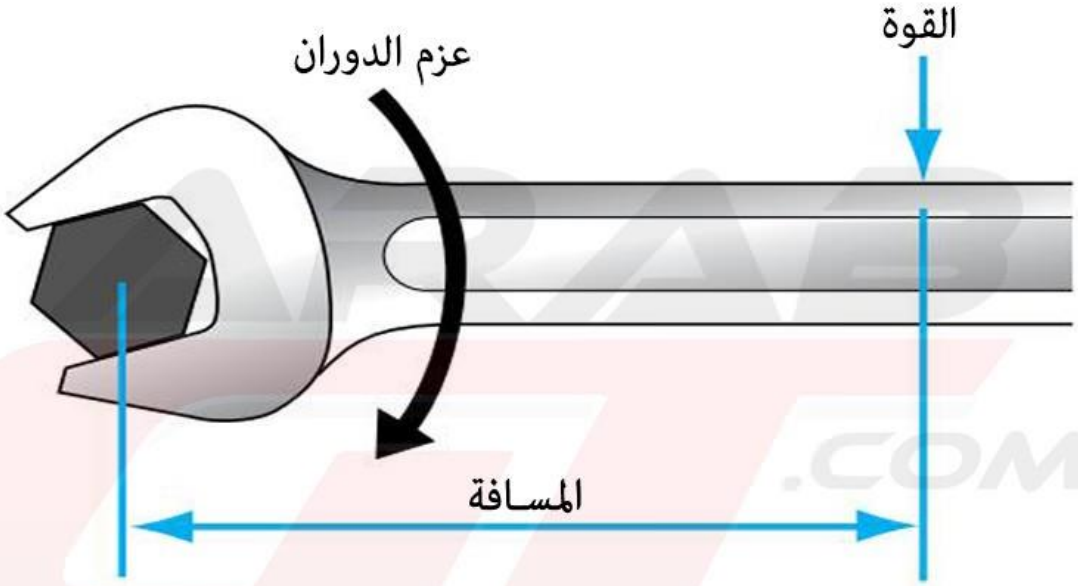


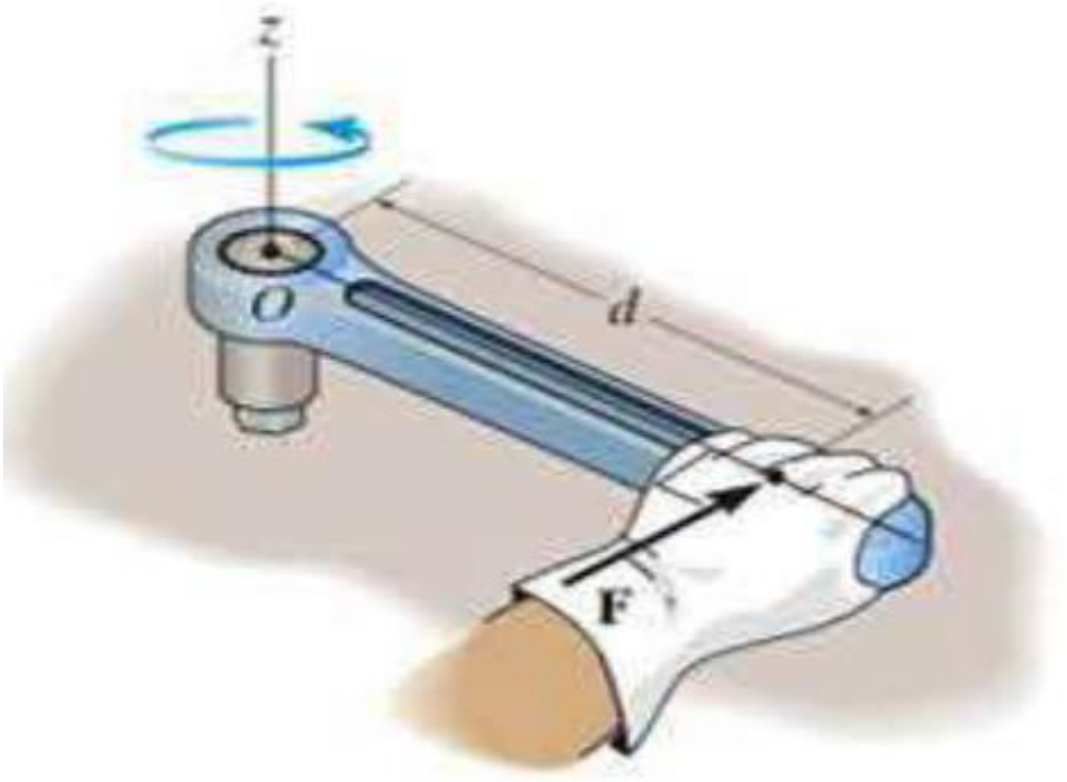

**Clockwise**




**Counterclockwise**




عزم الدوران = القوة x المسافة



## Steps of the solution:

**First:** *Check if the force is perpendicular to the point or not.*

**Second:** ***If the force is perpendicular to the point****, then:*

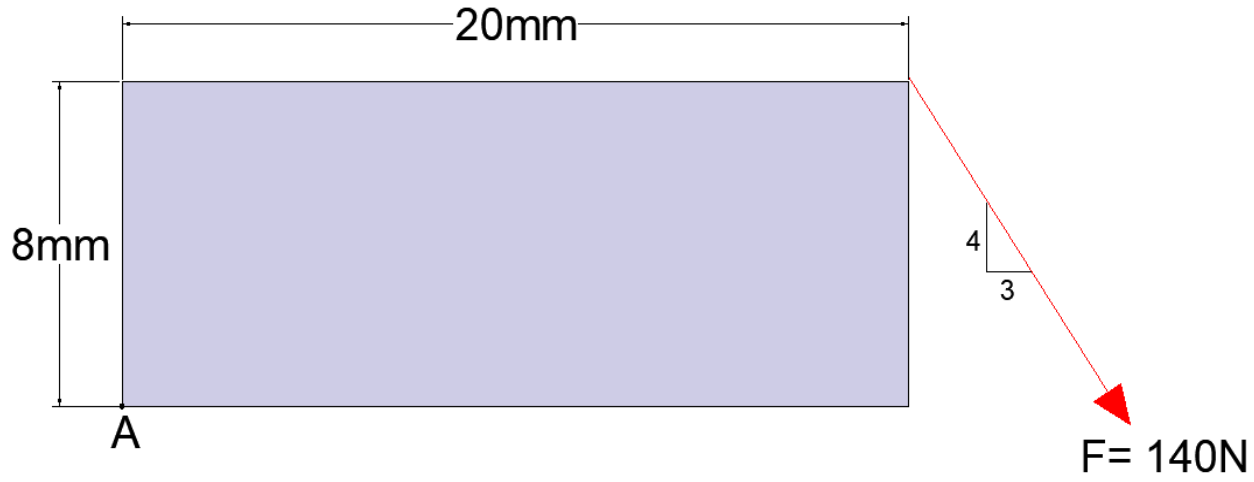
$$\mathbf{M@_{Point}} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{d}$$

**Third:** ***If the force is not perpendicular to the point****, then analyze the force into its components.*

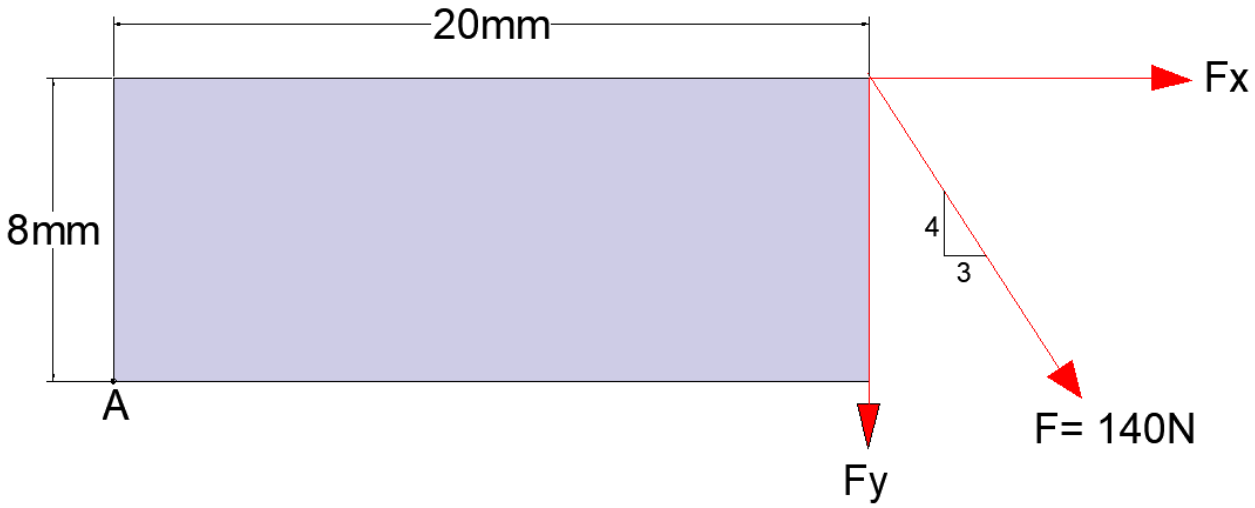
**Note: If any force is on the line of the point, then the moment = zero**

**Example**: Determine the moment of the force

F = 140 N with respect to point A?




***For this example, the force is not perpendicular to the point, that is means we must analyze the force into its components.***




**Solution :**

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$Z = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$Fx = 140 \times \frac{3}{5} = 84\ N$$

$$Fy = 140 \times \frac{4}{5} = 112\ N$$

$$\Sigma Fd = (84 \times 8) + (-112 \times 20)$$

$$\Sigma M@_A = -1568\ \text{N.mm}$$

$$= 1568\ \text{N.mm}$$

+

**Example: Determine the resultant moment of the forces shown in (Figure 1) about point A?**

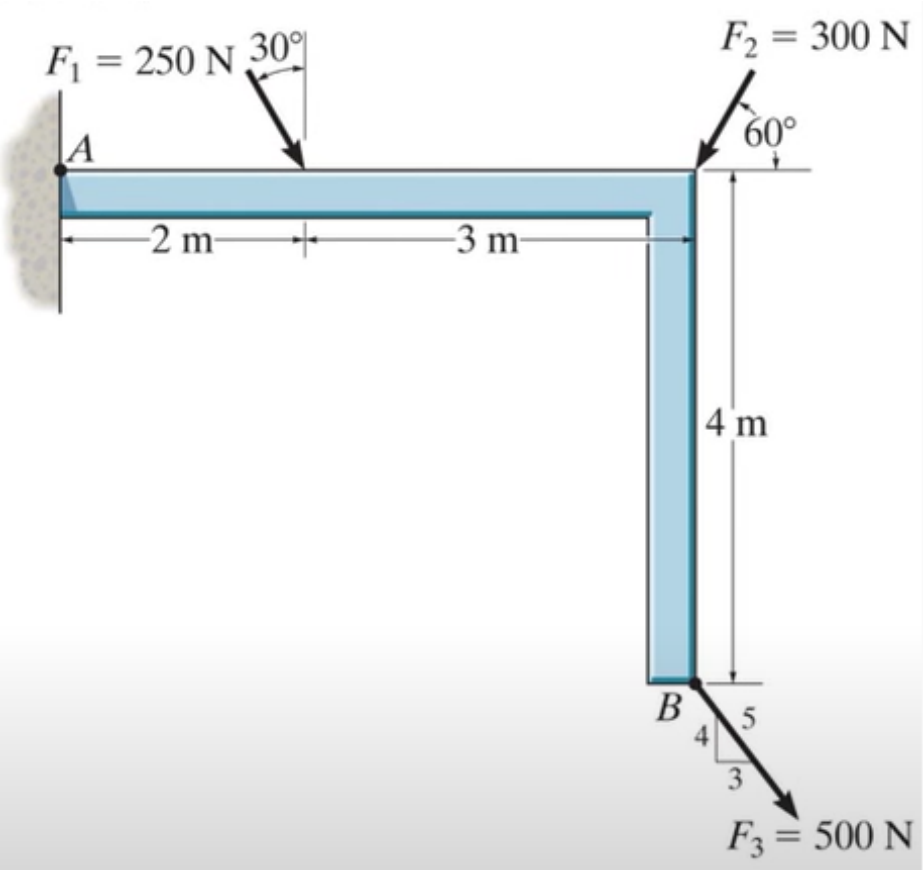



**Figure 1**

**Solution :**

**For $F_1$:**

$Fx = 250 \,.\sin 30 = +125N$

$Fy = 250 \,.\cos 30 = -216.5N$

**For $F_2$:**

$Fx = 250 \,.\cos 60 = -125N$

$Fy = 250 \,.\sin 60 = -216.5N$

**For $F_3$:**

$Fx = 500 \times \frac{3}{5} = +300N$

$Fy = 500 \times \frac{4}{5} = -400N$

$\boldsymbol{\Sigma M@_A = \Sigma F\, d}$

$= (\mathbf{125 \times 0}) + (\mathbf{-216.5 \times 2}) + (\mathbf{-125 \times 0}) + (\mathbf{-216 \times 5})$

$\quad -(\mathbf{300 \times 4}) + (\mathbf{-400 \times 5})$

$= \mathbf{-4713}$

$= \mathbf{4713}$ -

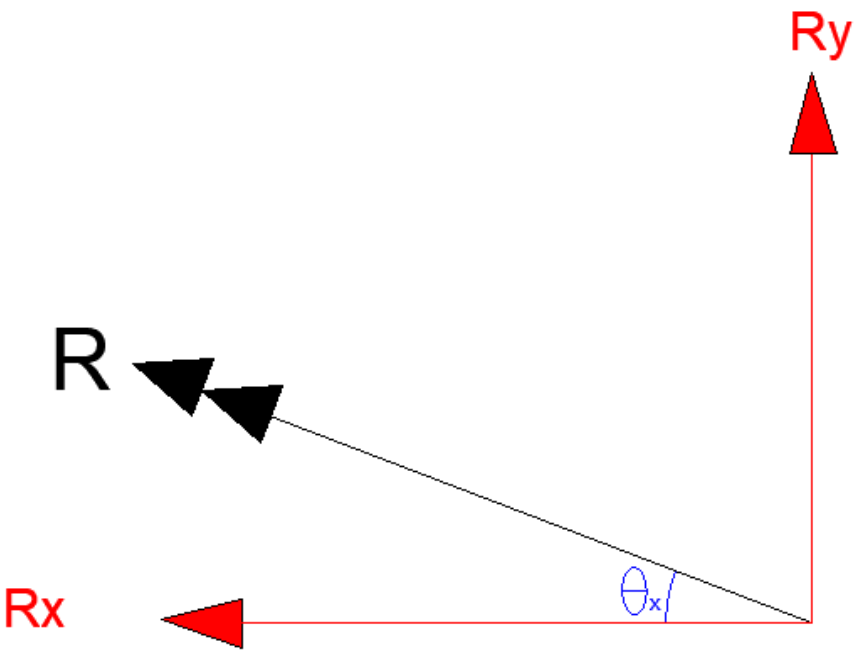
# المحصلـــــة The resultant

$Rx = \Sigma Fx$ مجموع المركبات بالاتجاه الافقي

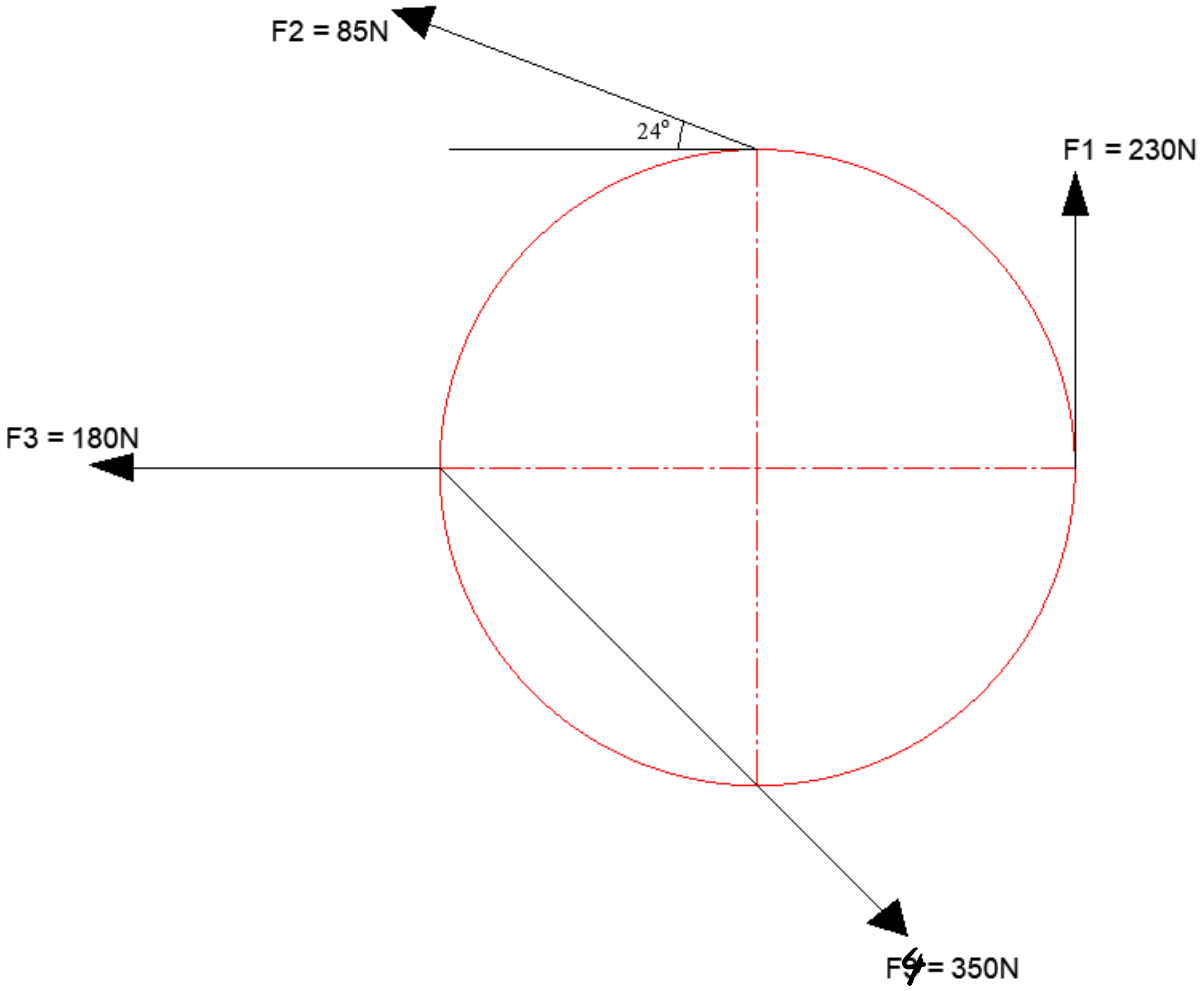
$Ry = \Sigma Fy$ مجموع المركبات بالاتجاه العمودي

$R = \sqrt{Rx^2 + Ry^2}$

$\theta_x = tan^{-1} \frac{Ry}{Rx}$



**Example: Determine the resultant of the forces shown in the figure below?**




## Solution:

- عند ايجاد محصلة القوى ، يجب اولاً تحليل جميع القوى المائلة الى مركباتها الافقية والعمودية .
- اذا كانت هنالك قوى افقية او عمودية ، فلا نحتاج الى تحليلها .
- مراعاة الاشارة الموجبة او السالبة وحسب الاتجاه .

**For F1:**

$$Fx = 0$$

$$Fy = +230N$$

**For F2:**

$$Fx = 85 \cdot \cos 24 = -77.65$$

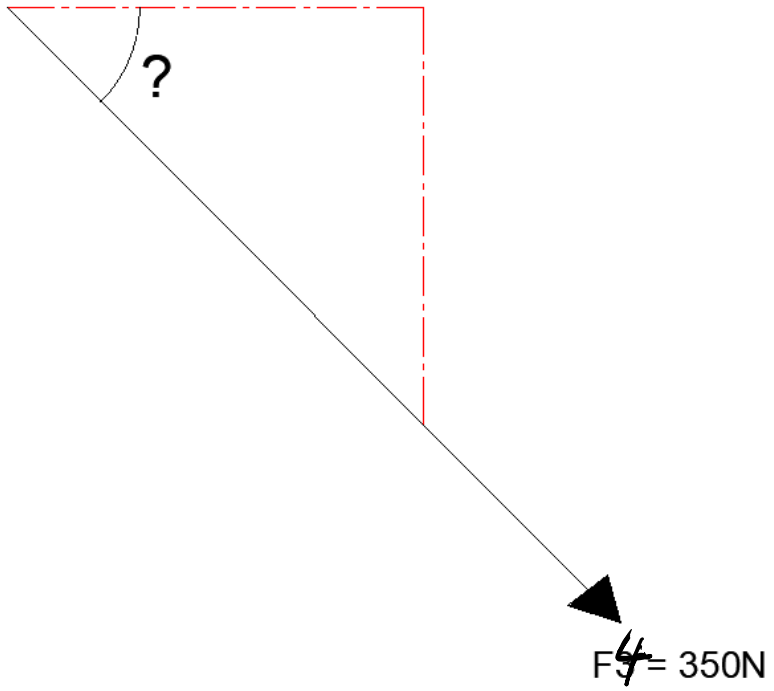
$$Fy = 85 \cdot \sin 24 = +34.57N$$

**For F3:**

$$Fx = -180N$$

$$Fy = 0$$

**For F4:**



في المثلث متساوي الساقين ، الزاوية تكون 45

$$Fx = 350 \cdot \cos 45 = +247.49N$$

$$Fy = 85 \cdot \sin 45 = -247.49N \text{ ER4}$$

$$Rx = \Sigma Fx$$

$$= 0 + (-77.65) + (-180) + 247.49$$

$$= -10.16N \quad \text{or} \quad 10.16N \leftarrow$$

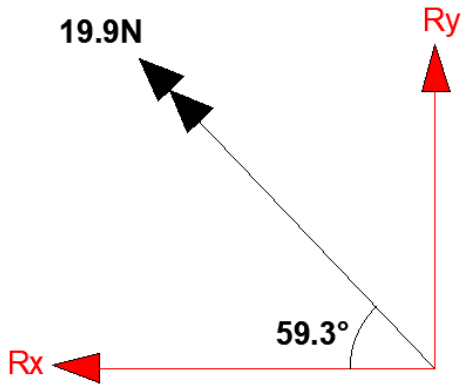
$$Ry = \Sigma Fy$$

$$= 230 + 34.57 + 0 + (-247.49)$$

$$= 17.1N \quad \text{or} \quad 17.1 \uparrow$$

$$R = \sqrt{(-10.16)^2 + (17.1)^2}$$

$$= 19.9\text{N}$$

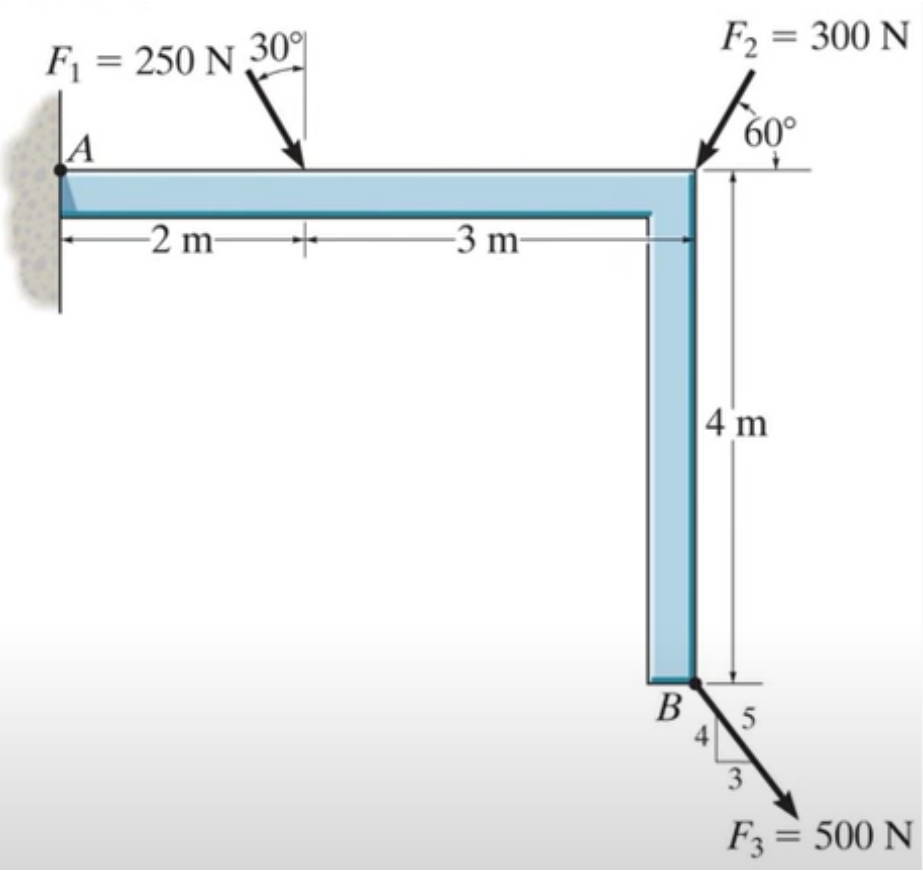



$$\theta_x = tan^{-1} \frac{Ry}{Rx}$$

$$\theta_x = tan^{-1} \frac{17.1}{10.16}$$

$$\theta_x = 59.3^{\circ}$$

**Example: Determine the resultant of the forces shown in the figure below?**




## Solution:

## From the last lecture:

$$Fx1 = 250 \,.\sin 30 = +125N$$

$$Fy1 = 250 \,.\cos 30 = -216.5N$$

$$Fx2 = 250 \,.\cos 60 = -125N$$

$$Fy2 = 250 \,.\sin 60 = -216.5N$$

$$Fx3 = 500 \times \frac{3}{5} = +300N$$

$$Fy3 = 500 \times \frac{4}{5} = -400N$$

$$Rx = \Sigma Fx$$

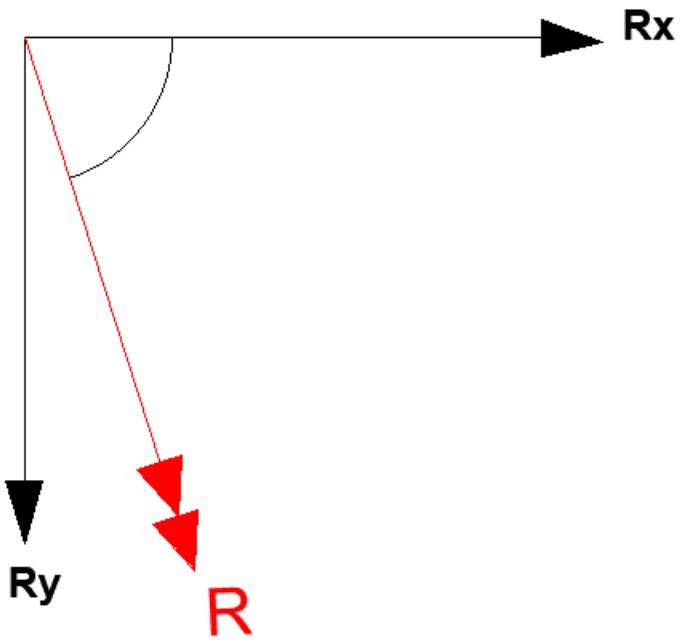
$$= 125 - 125 + 300$$

$$= 300\text{N} \longrightarrow$$

$$Ry = \Sigma Fy$$

$$= -216.5 - 216.5 - 400$$

$$= -833N \downarrow$$



$$\boldsymbol{R = \sqrt{Rx^2 + Ry^2}}$$

$$\boldsymbol{= \sqrt{(300)^2 + (833)^2}}$$

$$\boldsymbol{R = 885.4N}$$

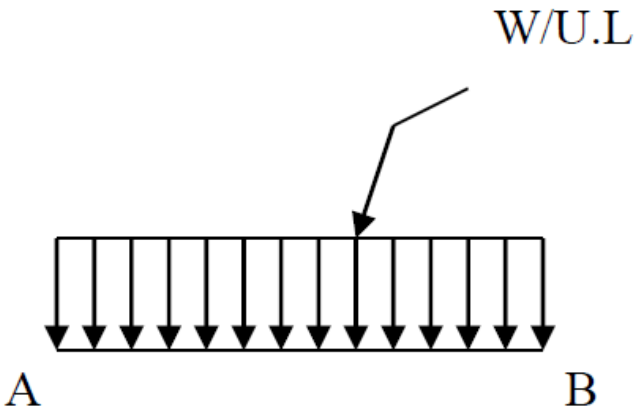
$$\boldsymbol{\theta_x = tan^{-1}\frac{Ry}{Rx}}$$

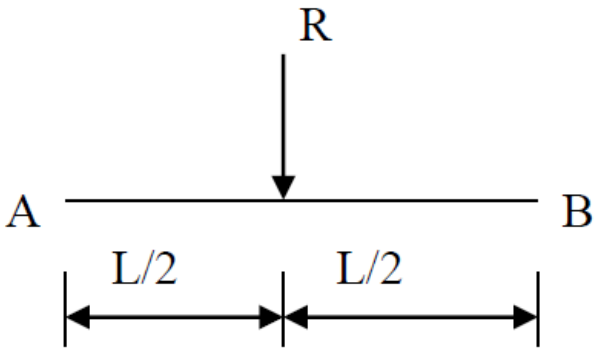
$$\boldsymbol{= tan^{-1}\frac{833}{300}}$$

$$\boldsymbol{\theta_x = 70.2^{\circ}}$$

# Distributed Loads:

## 1: Uniformly Distributed Loads or rectangular loads U. D. L




$$R = \frac{W}{UL} \times L$$

**where:**

**R:** Resultant of the total weight of construction.

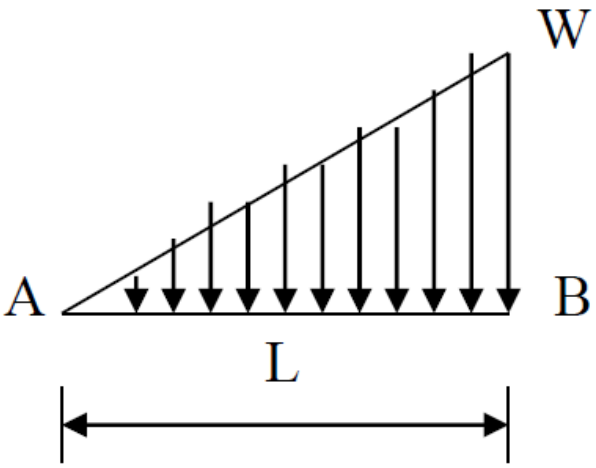
$\frac{W}{UL}$: Weight for unit length.

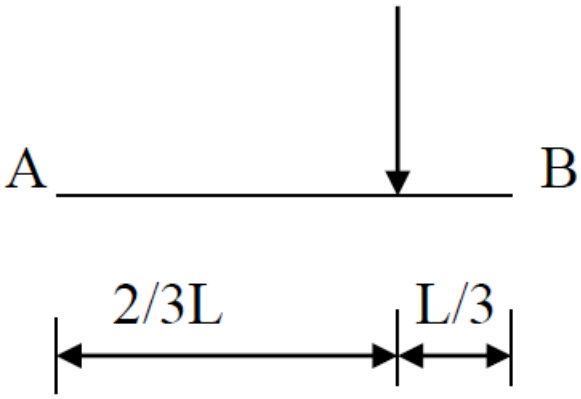
**L:** Length of the construction.

***NOTE:*** *The location of* **(R)** *is* ***in the middle***

*i.e. L/2 from A and B*

## 2: Varying Loads or triangular loads




$$\boldsymbol{R = \frac{1}{2} \times W \times L}$$

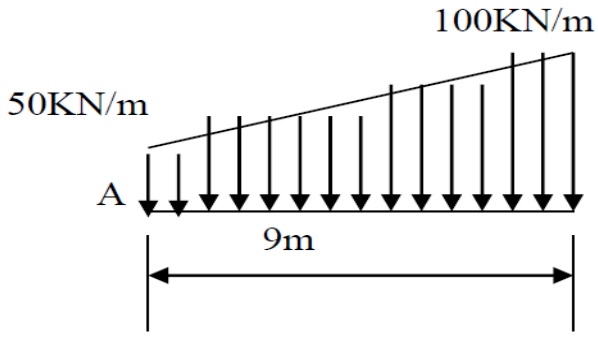
***NOTE:*** *The location of* **(R)** *is:*

*L /3 from point B*

**and**

*2L /3 from point A*

**Example:** Determine the resultant of the distributed loads shown in figure below and indicate its location from point (A).



**Solution:**

$R_1 = 50 \times 9 = 450N$

$R_2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 9 = 225N$

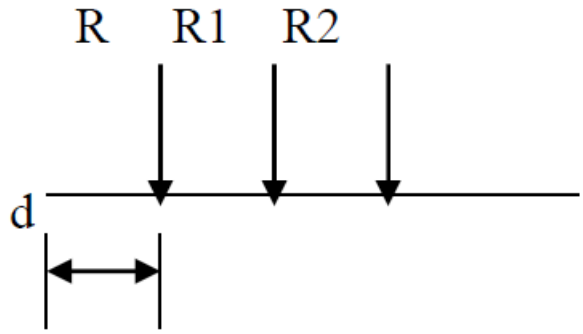
$\mathbf{R} = R_1 + R_2 = 675N$

$\mathbf{R \times d = M@A}$

$675 \times d = -450 \times 4.5 - 225 \times 6$

$675 \times d = -3375$

$\therefore d = \frac{3375}{675} = 5m$



# الميكانيك :

علم الميكانيك : هو العلم الذي يختص بدراسة تأثير القوى على الأجسام المحيطة ويقسم الى قسمين :

اولا : علم السكون (STATICS) :
هو العلم الذي يختص بدراسة تأثير القوة على الاجسام الصلبة بحيث يبقى الجسم ساكن لا يتحرك عند تأثير القوى عليه .

ثانيا : علم الحركة (Dynamics)
هو العلم الذي يختص بدراسة حركة الاجسام عند تأثير القوى عليها .

الجسم الصلب (Rigid body)
هو الجسم الذي لا يحدث تغير في شكله وابعاده عند تأثير القوى عليه وهذا الجسم لا يوجد في الطبيعة وانما نفرضه حتى نتمكن من حل المسائل المعقدة في علم السكون .

القوة (Force)
هي المؤثر الذي يغير او يحاول ان يغير من شكل الجسم وابعاده الطولية وهي كمية متجهة تقاس بوحدة «نيوتن» ولتعيين القوة نحتاج الى معرفة ثلاثة امور أساسية .

أ- الموقع « نقطة تأثير القوة »
ب- مقدار القوة
ج- اتجاه القوة

كميات المتجهة : هي الكميات التي تحتاج الى معرفة مقدارها واتجاهها مثل (Vector quantities) (القوة والازاحة والسرعة)

NAJJAR

الكميات غير المتجهة (العددية): (Scaler quantities)
وهي الكميات التي تتاج الى معرفة مقدارها فقط مثل (الكتلة والزمن و

الوحدات (unites) تنقسم الوحدات الى قسمين.

1- الوحدات الأساسية.

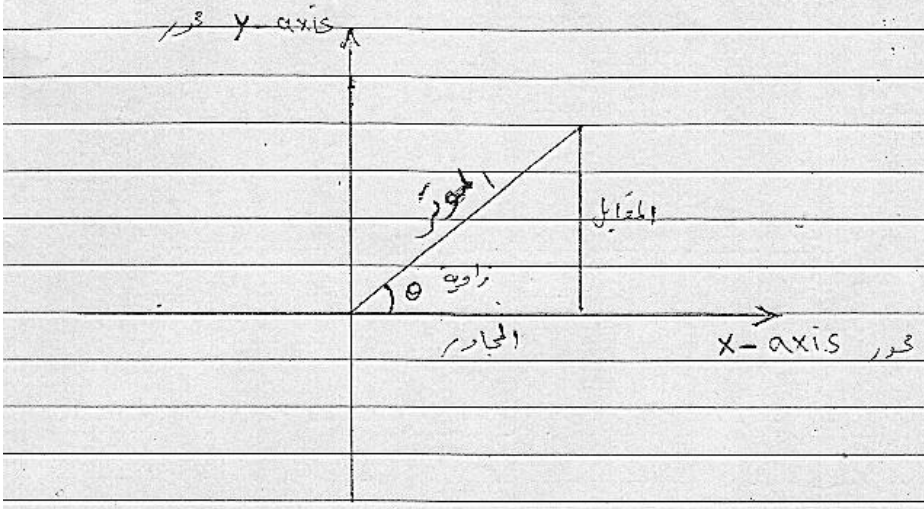
| الكمية Quantity | الوحدة unit | رمز Symbol |
|---|---|---|
| Length (L) طول | meter | m |
| mass (m) كتلة | Kilogram | Kg or g ← غرام |
| time (t) زمن | second ثانية | sec |
| Temperature (t) | degree درجة | C° |
| displacement ازاحة | meter | m |

الوحدات المشتقة

| | الكمية | الوحدة | الرمز | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | velocity (V) سرعة | $V = \frac{S}{t} = \frac{\text{meter}}{\text{sec}}$ | M / sec | |
| 2 | acceleration (a) تعجيل | $a = \frac{V}{t} = \frac{\text{meter}}{(\text{second})^2}$ | $M / sec^2$ | |
| 3 | Force (F) قوة | $F = ma$ Newton | N نيوتن | |
| 4 | work (W) الشغل | $W = F * S$ = Newton * meter | N.M (Joule) | جول |
| 5 | pressure (P) ضغط | $P = \frac{F}{A} = \frac{\text{Newton}}{\text{meter}^2}$ | $N/M^2$ (Pascal) | باسكال |
| 6 | power (P) قدرة | $P = \frac{W}{t}$ $\frac{N.M}{\text{second}}$ | $\frac{\text{Joule}}{\text{Sec}}$ | |

NAJJAR

## مثلث القوى :



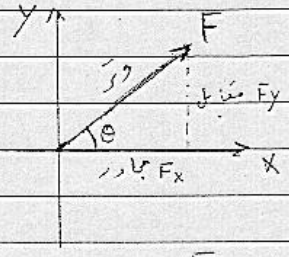

جا $\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

جتا $\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

ظا $\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

## Forces and Components القوى ومركباتها

① عندما القوة (F) تميل بزاوية $\theta$ مع الاتجاه (محور X)

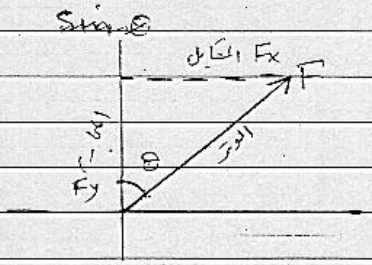



المطلوب: إيجاد مركبات القوة
$(F_x , F_y)$

$$\sin\theta = \frac{F_y}{F} \qquad \cos\theta = \frac{F_x}{F}$$

$$\therefore F_y = F\sin\theta \qquad F_x = F\cos\theta$$

② عندما تكون القوة (F) تميل بزاوية $\theta$ مع (محور Y)



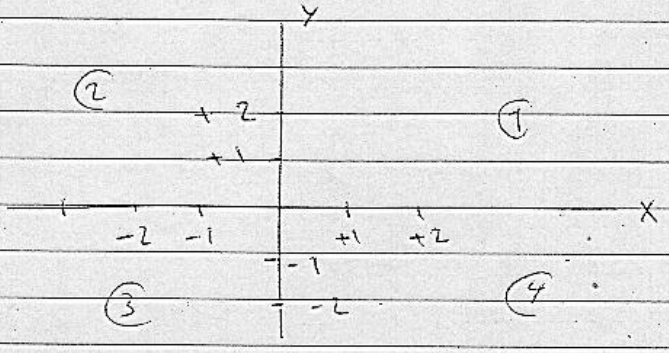

$$\sin\theta = \frac{F_x}{F} \qquad \cos\theta = \frac{F_y}{F}$$

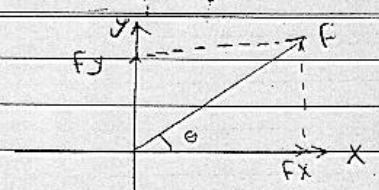
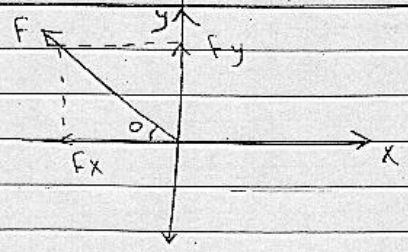
$$F_x = F\sin\theta \qquad F_y = F\cos\theta$$

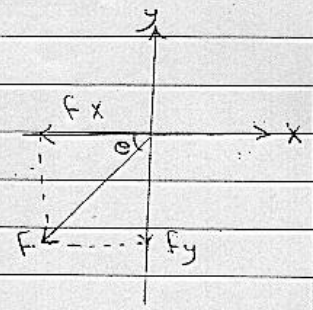
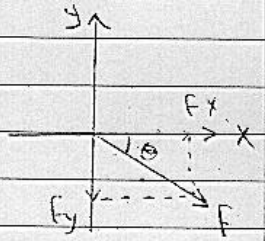
NAHAR

## اتجاة القوى مركبا تربا

ملاحظة: تكون اشارة المركبة الافقية ( Fx ) الى يمين المحور او الى يسار نقطة الاصل موجبة والى اليسار سالبة وتكون اشارة المركبة العمودية ( Fy ) الى الاعلى موجبة والى الاسفل سالبة كما في الشكل الاتي.

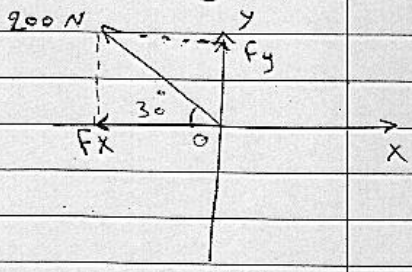



| Sign of Fy اشارة | Sign of FX الاشارة | direction of force اتجاة القوة | diagram of force مخطط القوى |
|---|---|---|---|
| + | + | up to the right<br>الى اعلى اليمين |  |
| + | − | up to the left<br>الى اعلى اليسار |  |

| | | | |
|---|---|---|---|
| − | − | down to the left |  |
| − | + | down to the right |  |

Example (1) :

Find the x and y components for the force (200N) as shown in figure



$F_X = F \cos\theta$

$F_y = F \sin\theta$

$F_X = F \cos\theta$

$F_X = 200 \times \cos 30$

$F_X = 200 \times 0.866$

$F_X = -173.2\ N$

$F_y = F \sin\theta$

$F_y = 200 * \sin 30$

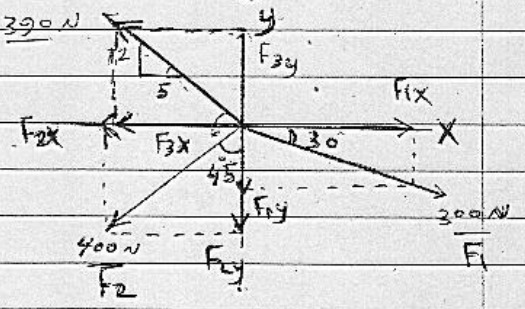
$F_y = 200 * 0.5$

$F_y = +100\,N$

Exp 2

Detemine the x and y Components for the forces shown in figur.

1) $F_1 = 300\,N$, $\theta = 30^\circ$




$F_1X = F_1 \cos\theta$

$F_1X = 300 * \cos 30$

$F_1X = 300 * 0.866$

$F_1X = 259.80\,N$

$F_1y = F_1 \sin\theta$

$F_1y = 300 * \sin 30$

$F_1y = 300 * 0.5$

$F_1y = -150\,N$

NAHAR

② $F_2 = 400\ N$ , $\alpha = 45°$

$F_{2X} = F_2 \sin \alpha$

$F_{2X} = 400 * \sin 45$

$F_{2X} = 400 * 0.707$

$F_{2X} = -282.84\ N$

$F_{2y} = F_2 \cos \alpha$

$F_{2y} = 400 * \cos 45$

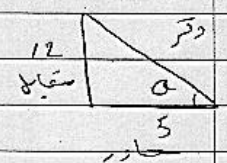
$F_{2y} = 400 * 0.707$

$F_{2y} = -282.84\ N$

③

$F_3 = 390$ , $\alpha = 67.38°$

$\tan \alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$




$\tan \alpha = \frac{12}{5}$

$\tan \alpha = 2.4$

NAJJAR

$\therefore \theta = \tan^{-1}(2.4)$

$\theta = 67.38°$

$F_3X = F_3 \cos\theta$

$F_3X = 390 * \cos 67.38$

$F_3X = 390 * 0.384$

$F_3X = -150\,N$

$F_{3y} = F_3 \sin\theta$

$F_{3y} = 390 * \sin 67.38$

$F_{3y} = 390 * 0.923$

$F_{3y} = 359.999 = 360\,N$

NAHAR

# Resultant of concurrent force system

محصلة نظام عدة قوى متلاقية في نقطة

الملاحظة: وإلوات ايجاد محصلة عدة قوى متلاقية في نقطة:

١- أحلل كل قوة مائلة الى مركبتين ( $F_x$ , $F_y$ )

٢- نجمع القوى الواقعة على محور ( X ) جمع جبري مع الأخذ بنظر الاعتبار الاشارة فنحصل على محصلة المركبات الأفقية ونرمز لها ( $R_x$ ) وتحسب من القانون الاتي

$$R_x = \Sigma F_x$$

ب- نجمع القوى الواقعة على محور ( Y ) جمع جبري مع الأخذ بنظر الاعتبار الاشارة فنحصل على محصلة المركبات العمودية ونرمز لها ( $R_y$ ) وتحسب من القانون الاتي

$$R_y = \Sigma F_y$$

٤- أحسب المحصلة الكلية ونرمز لها (( R )) وتحسب من القانون التالي

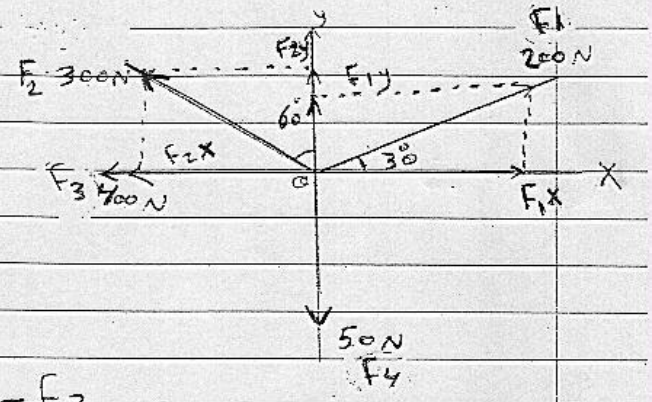
$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2}$$

٥- نوجد اتجاه وميل المحصلة الكلية ( R ) من العلاقة التالية

$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x}$$

NAIIAR

Exp 1/ Determine the resultant of concurrent force system as shown in fig




$R_x = \sum F_x$

$R_x = F_1x - F_2x - F_3$

$R_x = 200 * \cos 30 - 300 * \sin 60 - 400$

$R_x = 200 * 0.866 - 300 * 0.866 - 400$

$R_x = 173.205 - 259.8 - 400$

$R_x = -486.6\ N$ (left)

$R_y = \sum F_y$

$R_y = F_1y + F_2y - F_4$

$R_y = 200 * \sin 30 + 300 * \cos 60 - 50$

$R_y = 200 * 0.5 + 300 * 0.5 - 50$

$R = 200\ N\ (up)$

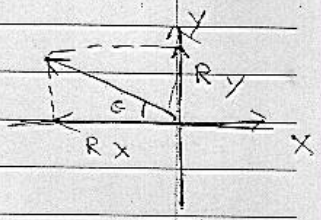
$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2}$$

$$R = \sqrt{(486.6)^2 + (200)^2} = 526.09\ N$$

(up to the left)

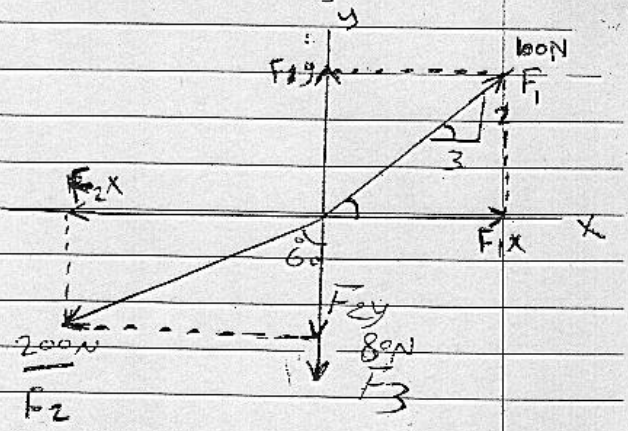
$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{200}{486.6} = 22.34^\circ$$




Exp 7

Determine the resultant of concurrent force system as shown in fig.




$$\theta = \tan^{-1} \frac{2}{3}$$

$$\theta = 33.7^\circ$$

$$R_x = \Sigma F_x$$

$$R_x = F_1X - F_2X$$

$$R_x = 100 * \cos 33.7 - 200 * \sin 60$$

$$RX = 100 * 0.83 - 200 * 0.866$$

$R_X = 83 - 173.2$

$R_x = -90.1\ N\ (Left)$

$R_y = \Sigma f_y$

$R_y = F_{1y} - F_{2y} - F_3$

$R_y = 100 * \sin 33.7 - 200 * \cos 60 - 80$

$R_y = 100 * 0.55 - 200 * 0.5 - 80$

$R_y = 55 - 100 - 80$

$R_y = -125\ N\ (down)$

$R = \sqrt{(R_X)^2 + (R_y)^2}$

$R = \sqrt{(90.1)^2 + (125)^2} = 154.03\ N$

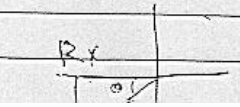
(down to the left)

$\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_X}$

$\theta = \tan^{-1} \frac{125}{90.1} = \tan^{-1} 1.382$

$\theta = 54.2^\circ$

NAJJAR



## Moment العزم

هو عبارة عن حاصل ضرب القوة في المسافة العمودية عليها وينتج عن العزم حركة دورانية باتجاه . ويرمز العزم بالرمز ( M ) ويقاس بوحدة ( N.m ) ويمثل مساحة من المثلث التالي :

$$M = F \times d$$

M = العزم

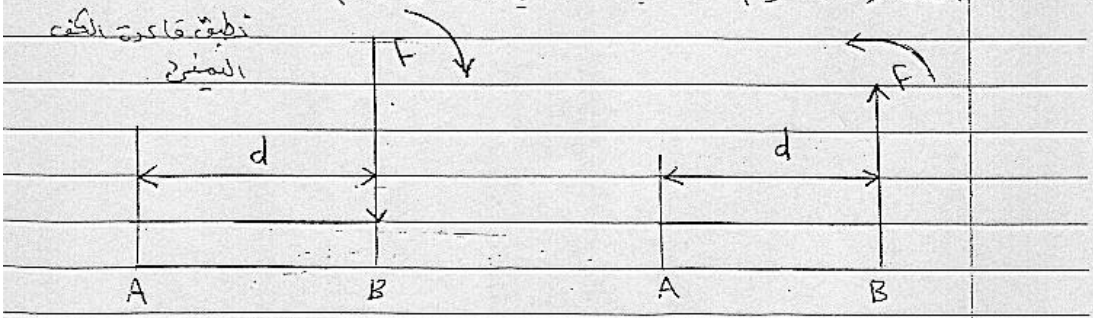
d المسافة العمودية من اتجاه القوة

F = القوة

## direction of moment (اتجاه العزم) :

ينتج عن العزم حركة دورانية باتجاهين إما باتجاه عقرب الساعة (clock wise) فتكون إشارة العزم موجبة كما في الشكل (أ)

/ ويكون (unti clock wise) عكس عقرب الساعة تكون إشارة العزم سالبة كما في الشكل (ب)

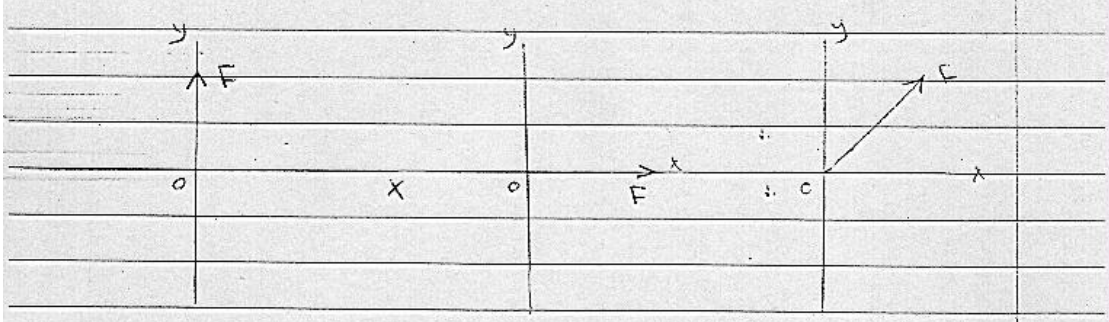



$M_A = F \times d$ ... $M_A = -F \times d$.

## نظرية فارينون (Varignon's theorm)

تنص هذه النظرية على ان محصلة العزوم تساوي مجموع عزوم مركباتها حول النقطة المراد ايجاد العزم حولها مع الاخذ بنظر الاعتبار اشارة العزم

ملاحظة: انه عزم اي قوة واقعة على نفس خط تأثير النقطة المراد ايجاد العزم حولها تساوي صفر في الحالات التالية:



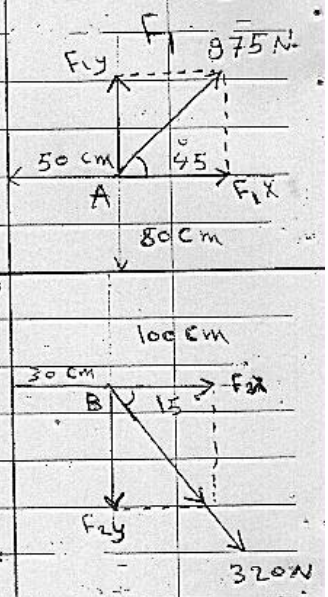

$M_o = 0$ $M_o = 0$ $M_o = 0$

(1) (2) (3)

NAHAR

Ex. P.1

determine the moment of forces shown in Fig with respect to origin.




$M = f * d$

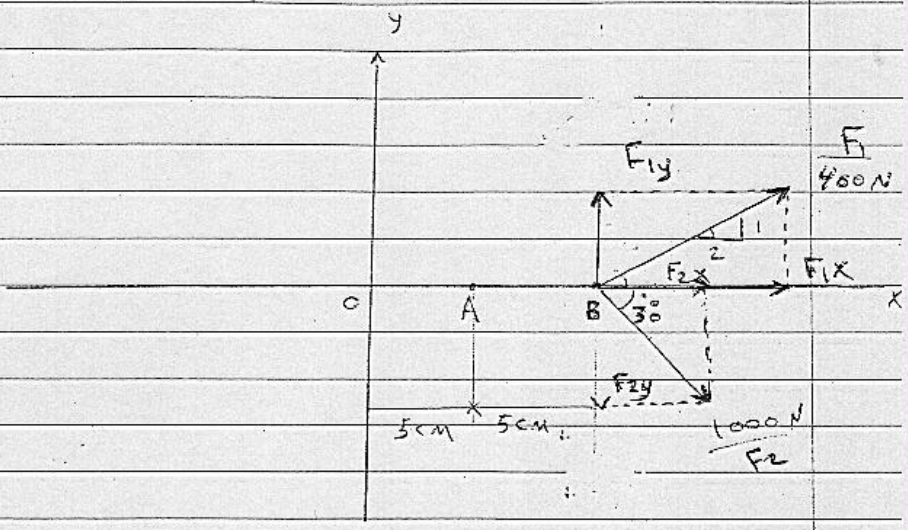
$M_o = f_{1x} * \frac{80}{100} - F_{1y} * \frac{50}{100} - F_{2x} * \frac{100}{100} + F_{2y} * \frac{30}{100}$

$M_o = 875 * \cos 45 * 0.8 - 875 * \sin 45 * 0.5 - 320 * \cos 15 * 1 + 320 * \sin 15 * 0.3$

$M_o = 551.54 - 344.71 - 309.09 + 24.84$

$M_o = -77.41$ N.M (anti clock wise)

Exp 2 : determine the moment of forces shown in fig. with respect to point A




$\theta = \tan^{-1} \frac{1}{2} \longrightarrow \theta = 26.56°$

$F_1 x \longrightarrow M = 0$ , $F_2 x \Rightarrow M = 0$

$M_A = -F_{1y} * \frac{5}{100} + F_{2y} * \frac{5}{100}$

$M_A = -400 * \sin 26.56 * 0.05 + 1000 * \sin 30$

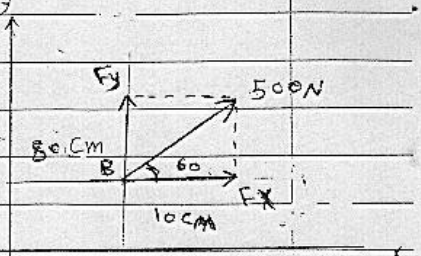
$M_A = 400 * 0.447 * 0.05 + 1000 * 0.5 * 0.05$

$M_A = -8.94 + 25$ N.m

$= 16.06$ N.m (clock wise)

NAHAR

Exp:3 determine the moment of force shown in fig. with respect to origin

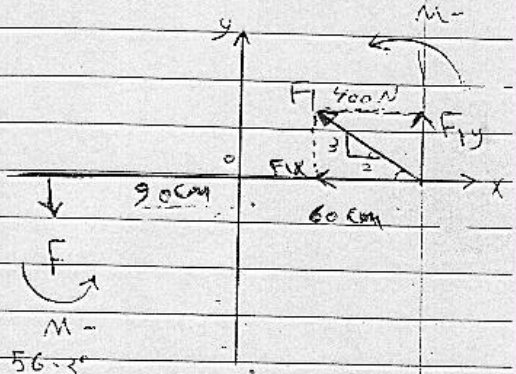



$M_o = -321.4$ N.M

((unti clock wise))

Exp 41

find the force (F) if the moment about (o) of the system shown in fig. is 1250 (N.M) (anti clock wise)




$$\tan\theta = \frac{3}{2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{3}{2} = 56.3^\circ$$

$$M_o = -F * \frac{90}{100} - F_{1y} * \frac{60}{100}$$

$$-1250 = -0.9F - 0.6 * 400 * \sin 56.3^\circ$$

$$-1250 = -0.9F - 0.6 * 400 * 0.831$$

$$-1250 = -0.9F - 199.66$$

$$0.9F = 1250 - 199.66$$

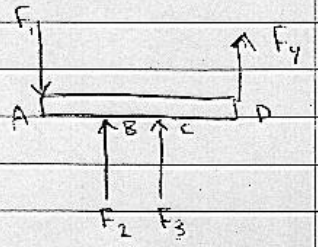
$$0.9F = 1050.34$$

$$F = \frac{1050.34}{0.9} = 1167.0\ N$$

# Parallel Force system — نظام القوة المتوازية

التعريف:

هو النظام الذي تكون فيه القوة عمودية ومتوازية لبعضها البعض وغير متلاقية في نقطة كما في الشكل الآتي:




لحساب مقدار محصلة القوة المتوازية نتبع الخطوات التالية:

1- نحسب مقدار واتجاه المحصلة الكلية من العلاقة التالية:

$$R = R_y = \sum F_y \quad \ldots (1)$$

2- لحساب موقع المحصلة ((d)) نستخدم القانون الآتي:

$$\sum M_A = R \times d$$

حيث أن:

$$d = \frac{\sum M_A}{R} \quad \ldots (2)$$

$\sum M_A$ : محصلة العزوم

$R$ : محصلة القوة العمودية

$d$ : موقع المحصلة

ERp7] Find the resultant of parallel force system shown in fig.

$R = R_y = \Sigma F_y$

$R = -150 - 350 + 400 - 600$

$R = -700\ N\ (down)$

$\Sigma M_B = -150 * 16 - 350 * 13 + 400 * 8$

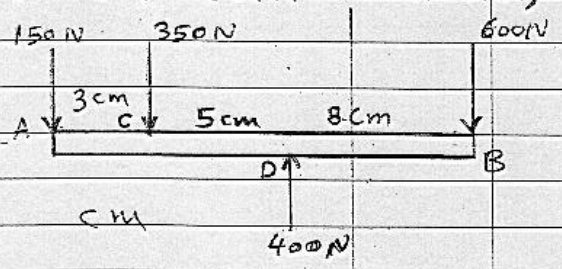
$\Sigma M_B = -2400 - 4550 + 3200$

$= -6950 + 3200$

$\Sigma M_B = -3750\ N.CM$ (anti clock wise)

$d = \frac{\Sigma M_B}{R}$

$d = \frac{3750}{700} = 5.35\ cm$



# الازدواج Couple

تعريف الازدواج:
هو عبارة عن قوتين متوازيتين ومتساويتين بالمقدار ومتعاكستان بالاتجاه ويرمز له بالرمز (C).

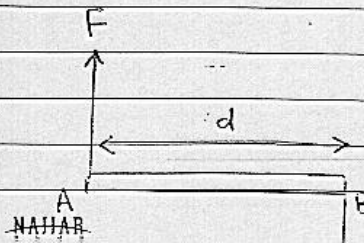
عزم الازدواج: هو عبارة عن حاصل ضرب احدى القوتين في المسافة بينهما ويحسب من القانون الآتي:

$$C = F * d$$

ويقاس بوحدات (N.M)

صفات الازدواج:

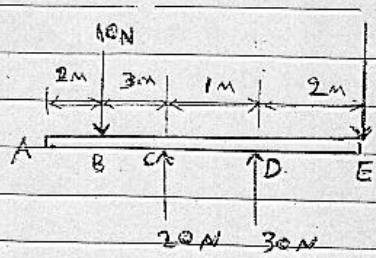
1- هو عبارة عن قوتين متوازيتان ومتساويتان بالمقدار ومتعاكستان بالاتجاه
2- اتجاه عزم الازدواج يعتمد على اتجاه القوتين
3- ان عزم الازدواج يكون ثابت حول اي نقطة او محور
4- محصلة القوى المزدوجة تساوي صفر




$$C = F * d$$

NAJJAR

EX P.1 : prove that the Forces shown in fig. is a couple.




1- $R = R_y = \Sigma F_y$

$R = -10 + 20 + 30 - 40$

$R = 0$

2- $C_A = F \times d$

$C_A = 10 \times 2 - 20 \times 5 - 30 \times 6 + 40 \times 8$

$C_A = 20 - 100 - 180 + 320$

$C_A = 60$ N.M (clock wise)

$C_B = -20 \times 3 - 30 \times 4 + 40 \times 6$

$C_B = 60$ N.M

$C_D = -10 \times 4 + 20 \times 1 + 40 \times 2 = -40 + 20 + 80 = 60$ N.m

$C_C = -10 \times 3 - 30 \times 1 + 40 \times 3$

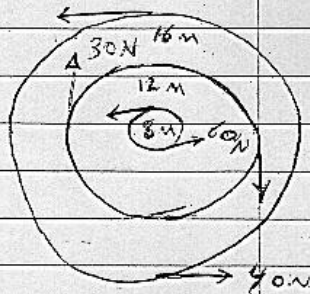
$= 60$ N.M

$C_E = 30 \times 2 + 20 \times 3 - 10 \times 6 = 60$ N.M

ملاحظة : يتبين أن محصلة القوى تساوي صفر والعزم في جميع النقاط متساوي إذا
النظام في حالة ازدواج (أو مزدوج)

NAHAR

Exp 2/ the three step pulley shown in fig. compute the value of the resultan couple.



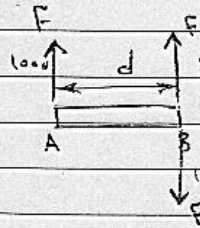

$C = F \times d$

$C = -60 * 8 + 30 * 12 - 40 * 16$

$C = -760$ N.m (anti clock wise)

## Resolution a force into a force and a couple (transform a force)

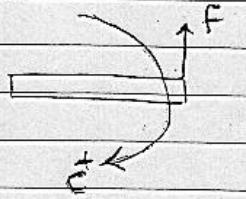
* عند نقل القوة نقل متوازي فان تأثيرها على الجسم سيتغير ولاجراء هذا النقل نتبع الخطوات التالية كما في المثال الآتي :




خطوات النقل

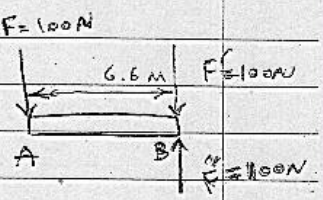
١- لنقل القوة F من النقطة (A) الى النقطة (B) نرسم من نقطة (B) قوة نسميها (F') تكون موازية للقوة الاصلية F ومساوية لها بالمقدار وبالاتجاه

٢- لكي نحافظ على نفس تأثير القوة F على الجسم نرسم من نفس النقطة (B) قوة اضافية تسمى (F'') والتي تساوي القوة F بالمقدار وتعاكسها بالاتجاه




القوتان F و F" هما قوتان متوازيتان
ومتساويتان بالمقدار ومتعاكستان بالاتجاه
فتميل بذلك على عزم ازدواج مقداره
((C = F x d))

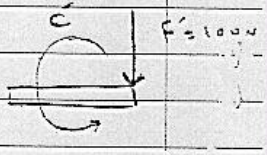
Exp 1// transform the (100 N) force shown in Fig. from A to point B



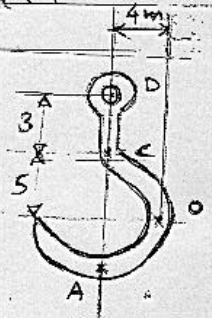

$C = F \times d$

$C = -100 \times 6.6$

$C_F = -660$ N.M (anti clock wise)




Exp2// Replace the 450 N force on the hook in Fig. by a force which acts at (o) and a couple / whose force act horizontally at C and d




$C = F \times d$

$C = -450 \times 4$

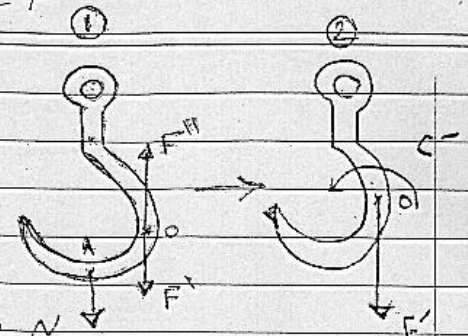
$C = -1800$ N.M (anti clock wise)

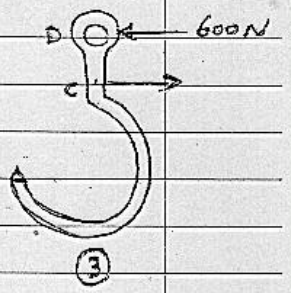
NAHAR

$C = F * d$

$-1800 = F * 3$

$F = \frac{-1800}{3} = -600\ N$

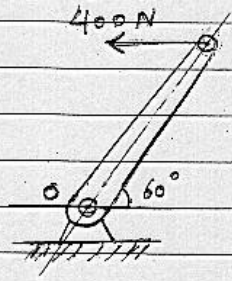



3

Exp 3)

Replace the 400 N Force acting on the rod shown in fig. by a force which acts at (O) and a couple.

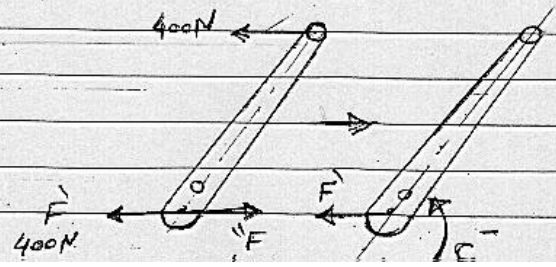



$C = F * d$

$C = -400 * \frac{200}{1000} * \sin 60^\circ$

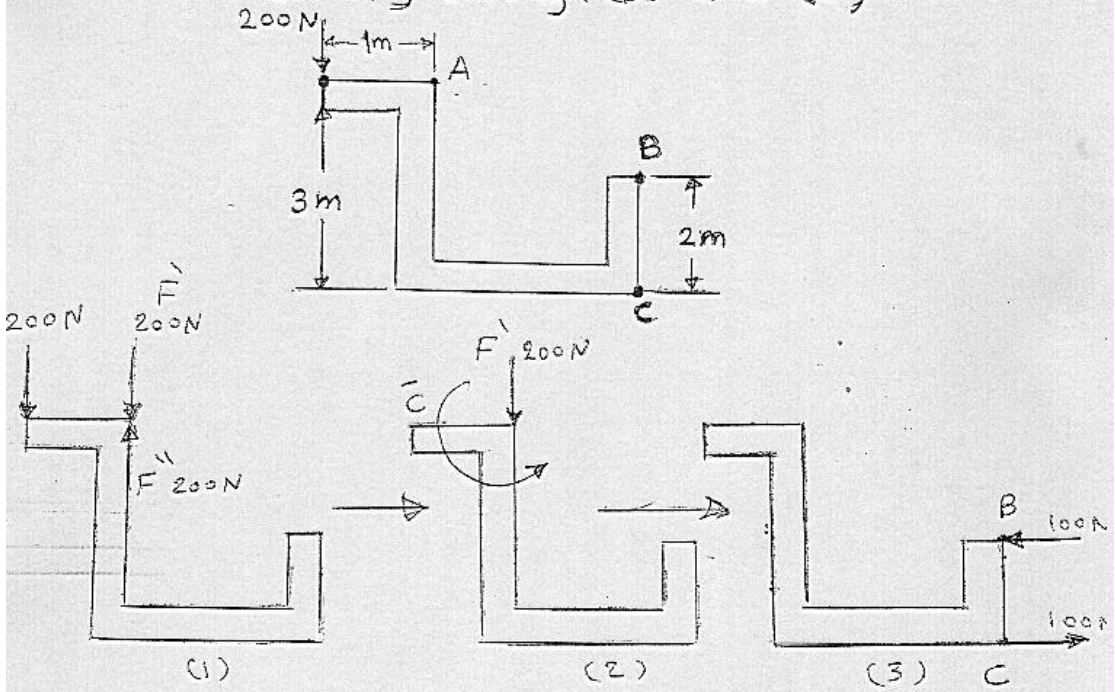
$C = -69.3\ N.m$

(anti clock wise)




NAJJAR

**Exp4** Replace the (200N) force acting on the form shown in fig. by a force which acts at (A) and a couple whose forces acting horizontally through (B) and (C).




1) $C = F * d$

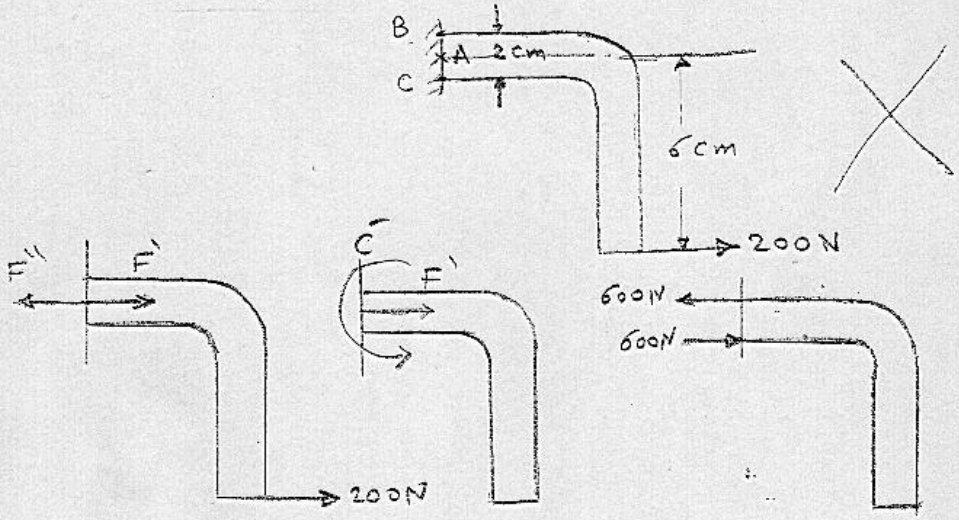
$C = -200 * 1 = 200\ N.m$ (anti clockwise)

2) $C = F * d$

$200 = F * 2$

$F = \frac{200}{2} = 100\ N$

Exp5 Replace the 200N force of fig shown by a force which passes through A and a couple whose forces are horizontally and pass through the points B and C.




$C = F * d$

$C = -200 * 6 = -1200$ N.cm (anti clock wise)

$C = F * d$

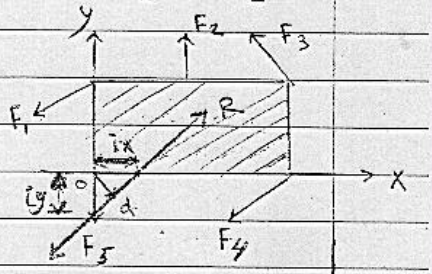
$1200 = F * 2$

$F = \frac{1200}{2} = 600$ N

## محصلة مجموعة قوى غير تلاقية في مستوى

## Resultant of non-concurrent force system

في حالة القوى التي لا تلتقي خطوط تأثيرها في نقطة واحدة.
لإيجاد مقدار واتجاه المحصلة الكلية لمجموعة القوى نطبق القوانين التالية.




① $R_X = \Sigma F_X$

② $R_y = \Sigma F_y$

③ $R = \sqrt{(R_X)^2 + (R_y)^2}$

④ $\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_X}$

لإيجاد موقع المحصلة (D) نستخدم القانون الآتي

⑤ $\Sigma M_o = R * d$

$$\boxed{d = \frac{\Sigma M_o}{R}}$$

حيث أن:
$d$: بعد المحصلة عن نقطة التأثير (O)

لإيجاد تقاطع المحصلة مع محور (X) « iX » نطبق القانون الآتي:

⑥ $iX = \frac{\Sigma M_o}{R_y}$

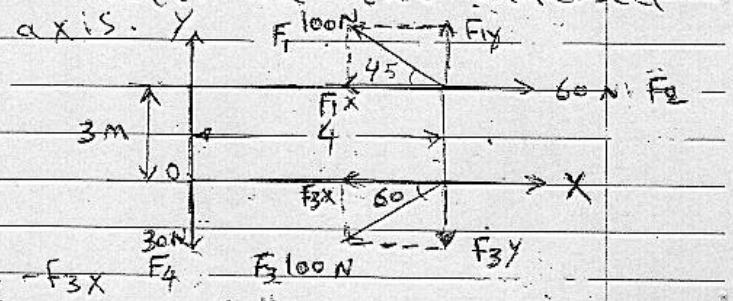
لإيجاد تقاطع المحصلة مع محور (y) « iy » نطبق القانون التالي:

⑦ $iy = \frac{\Sigma M_o}{R_X}$

NAHAR

Exp. 1

the rectangular frame work shown in fig. is subjected to the indicated non-concurrent force system. Find the value and direction of the resultant / also its moment arm relative to the origin. determine the intersect with x and y axis.




1)

$R_x = \Sigma F_x$

$R_x = -F_{1x} + F_2 - F_{3x}$

$R_x = F_1 \cos 45 + 60 - F_3 \cos 60$

$R_x = -100 * \cos 45 + 60 - 100 * \cos 60$

$R_x = -100 * 0.707 + 60 - 0.5 * 100$

$R_x = -60.7\ N$ (Left)

$R_y = \Sigma F_y$

$R_y = F_{1y} - F_{3y} - F_4$

$R_y = 100 * \sin 45 - 100 * \sin 60 - 30$

$R_y = 0.707 * 100 - 0.866 * 100 - 30$

$R_y = -45.9\ N$ (down)

$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = \sqrt{(60.7)^2 + (45.9)^2}$

$R = 76.1\ N$ (down to the left)

NAHAR

31.

2/ $\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x}$

$\theta = \tan^{-1} \frac{45.9}{60.7} = 37^\circ$

3/ $d = \frac{\Sigma M_o}{R}$

$\Sigma M_o = -F_{1x} * 3 - F_{1y} * 4 + F_2 * 3 + F_{3y} * 5$

$\Sigma M_o = -100 * \cos 45 * 3 - 100 * \sin 45 * 4 + 60 * 3 + 100 * \sin 60 * 4$

$\Sigma M_o = 31.5 \ N.M$ (clock wise)

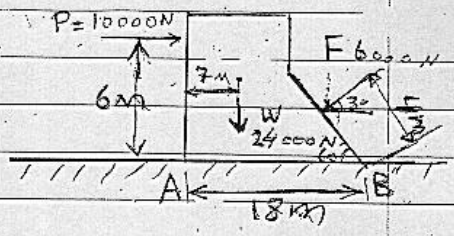
$\therefore d = \frac{31.5}{76.1} = 0.41 \ M$ (البعد العمودي عن نقطة التأثير)

4/ $i_x = \frac{\Sigma M_o}{R_y}$ $\quad i_x = \frac{31.5}{45.9} = 0.68 \ M$ تقاطع المحصلة مع محور (X)

5/ $i_y = \frac{\Sigma M_o}{R_x}$ $\quad i_y = \frac{31.5}{60.7} = 0.51 \ M$ تقاطع المحصلة مع محور (Y)

Exp 2

determine the resultant of three forces acting on a (dam) shown in Fig. and Locate its intersection with the base AB




1)

$R_x = \Sigma F_x$

$R_x = 10000 - F_x$

$R_x = 10000 - 6000 \times \cos 30$

$R_x = 4804\ N$ (Right)

$R_y = \Sigma F_y$

$R_y = -24000 - F_y$

$R_y = -24000 - 6000 \times \sin 30$

$R_y = -27000\ N$ (down)

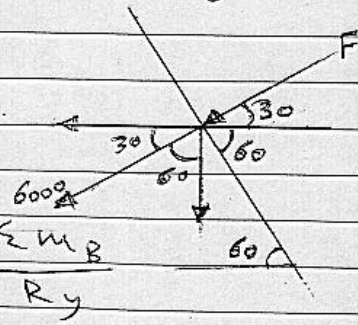
$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = \sqrt{(4804)^2 + (27000)^2}$$

$R = 27424\ N$ (down to the right)

2)

$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{27000}{4804} = 80^\circ$$




$$d = \frac{\Sigma M_B}{R}, \quad \bar{x} = \frac{\Sigma M_B}{R_y}$$

3)

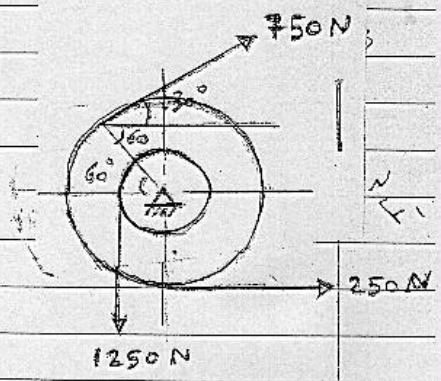
$\Sigma M_B = 10000 \times 6 - 24000 \times 11 - 6000 \times 4$

$\Sigma M_B = -228000\ N.M$ (anti clock wise)

NAHAR

$$\bar{x} = \frac{228000}{27000} = 8.4 \text{ m}$$

Exp-3/ Find completly the resultant of the force acting on the step pully shown in fig




$R_x = \Sigma F_x$

$R_x = F_1 + F_3 x$

$R_x = 250 + 750 * \cos 30$

$R_x = 900 \text{ N}$ (Right)

$R_y = \Sigma F_y$

$R_y = -F_2 + F_{3y}$

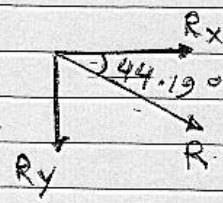
$R_y = -1250 + 750 * \sin 30 = -875 \text{ N}$ (down)

$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = \sqrt{(900)^2 + (1250)^2}$

$R = 1255 \text{ N}$ (down to the right)

$\alpha = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} = \frac{875}{900}$

$\alpha = 44.19°$




NAJIAR

# Equillibrium الاتزان

* حفظ

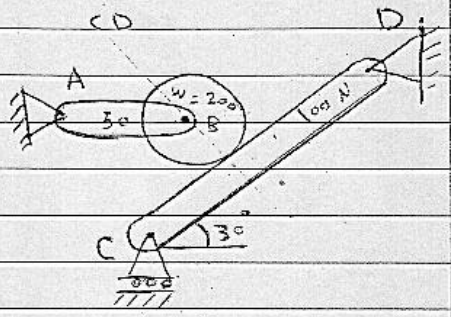
Free body diagram (F.B.D) مخطط الرسم لحر للجسم

| | type of body removed نوع المؤثر | sketch of body removed خطط الجسم المؤثر | action of body removed (F.B.D) |
|---|---|---|---|
| 1- | earth الارض | الجسم / الارض | W: weight الوزن |
| 2- | Flexible مرن cord حبل rope سلك Cable | سلك | T: tensio قوة الشد |
| 3- | Smooth سطح surface ملس | سطح أملس | N: normal pressure Force قوة الضغط العمودية |
| 4- | roller سطح متدحرج | | R: reaction Force قوة رد الفعل |
| 5- | Hinge مفصل | | R: reactio Force |

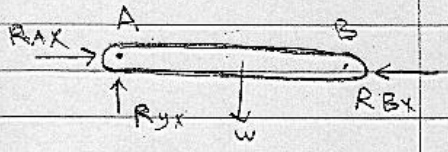
NAHAR

Exp-7

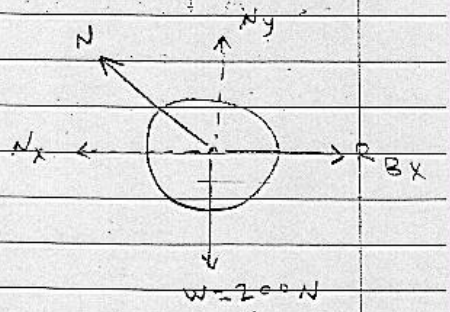
In fig (200 N) cylinder is supported by a horizontal rod AB of (50N) and rest against the uniform bar CD which weight (100N) Draw the free body diagram of rod AB, the cylinder, the bar




F.B.D of rod AB

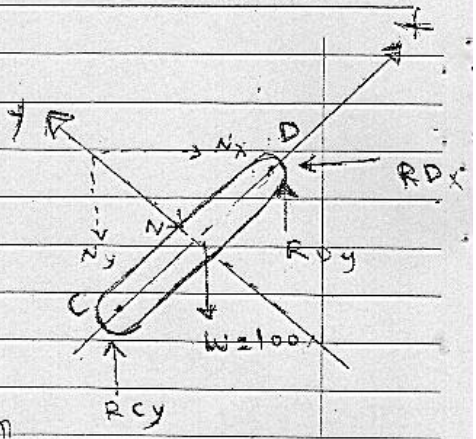



F.B.D of cylinder




NAHAR

③ f.B.D of bar (D)




## Equillibrium

①

Equillibrium of concurrent force system

الاتزان : هو حالة الجسم عندما تكون محصلة القوة المؤثرة عليها تساوي صفر أي أن :

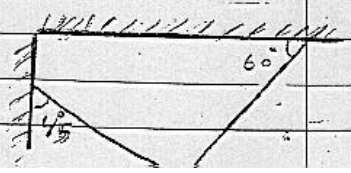
① $R = 0$

② $R_x = \Sigma F_x = 0$

③ $R_y = \Sigma F_y = 0$

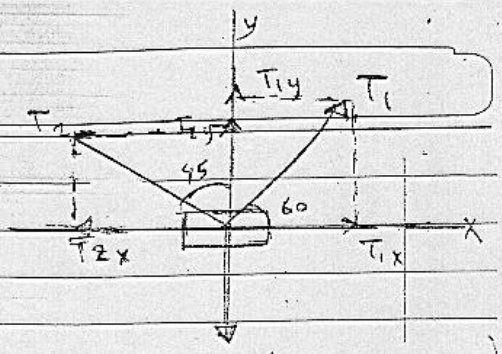
EXp. 7

A body of weight (100 N) is hanging by two cable as shown in fig calculate the tension in each cable




NAJJAR

37




$R_x = \Sigma F_x = 0$

$T_1 X - T_2 X = 0$ (F.B.D)

$T_1 * \cos 60 - T_2 * \sin 45 = 0$

$0.5\, T_1 - 0.707\, T_2 = 0$ ---- ①

$R_y = \Sigma F_y = 0$

$T_{1y} + T_{2y} - w = 0$

$T_1 * \sin 60 + T_2 * \cos 45 - 100 = 0$

$0.866\, T_1 + 0.707\, T_2 = 100$ --- ②

$0.5\, T_1 - 0.707\, T_2 = 0$ ---①

$0.866\, T_1 + 0.707\, T_2 = 100$ ---②

$1.366\, T_1 = 100$

$T_1 = \frac{100}{1.366} = 73.2\ N$

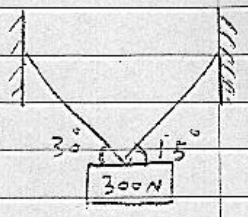
التعويض في المعادلة رقم ①

$0.5 * 73.2 - 0.707\, T_2 = 0$

$T_2 = \frac{36.6}{0.707} = 51.76\ N$

Exp-2

Compute the tension P and Q acting on the rope shown in Fig.

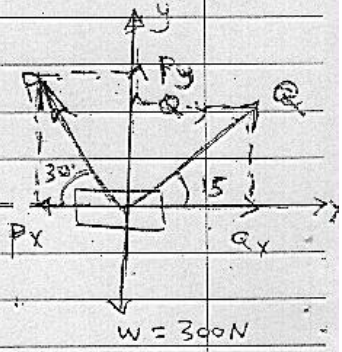



$R_x = \Sigma F_x = 0$

$Q_x - P_x = 0$

$Q\cos 15 - P\cos 30 = 0$

$0.965Q - 0.866P = 0$ ---- (1)




(F.B.D)

$R_y = \Sigma F_y = 0$

$Q_y + P_y - W = 0$

$Q\sin 15 + P\sin 30 = 300$

$0.258Q + 0.5P = 300$ --- (2)

$0.965Q - 0.866P = 0$ --- (1) $\times 0.258$

$0.258Q + 0.5P = 300$ --- (2) $\times 0.965$

$0.248Q - 0.223P = 0$ --- (3)

$-0.248Q + 0.482P = 290$ --- (4)

بالطرح

$-0.705P = -290$

$P = \frac{-290}{-0.705} = 411\ N$

3)

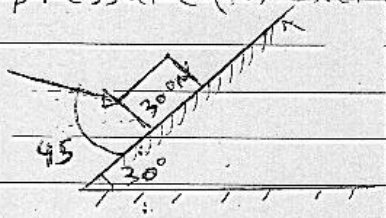
تعويض P في المعادلة (1)

$0.965\,Q - 0.866 * 411 = 0$

$Q = \frac{356}{0.965} = 369 \text{ N}$

EXP.3

A 300N box is held at rest on a smooth plane by a force in cable at an angle 45° with the plane as shown in fig. determine the value of (P) and the normal pressure (N) exerted by the plane.




$R_X = 0, R_y = 0$

$R_x = \Sigma f_x = 0$

$P_x - W_x = 0$

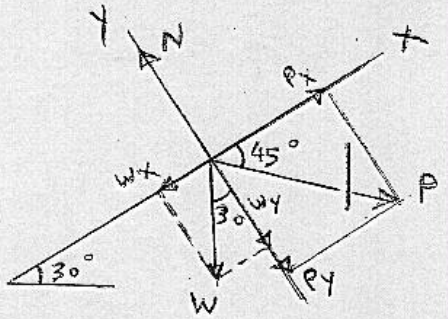
$P\cos 45 - W\sin 30 = 0$

$0.707P - 0.5 * 300 = 0$

$0.707P - 0.5 * 300 = 0$

$0.707P = 150$

$P = \frac{150}{0.707} = 212 \text{ N}$




(F.B.D)

$R_y = \Sigma F_y = 0$

$N - W_y - P_y = 0$

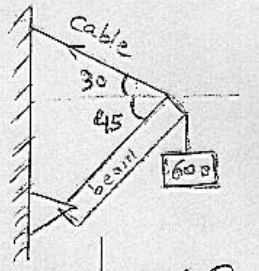
$N = W\cos 30 + P\sin 45$

$N = 0.866 * 300 + 0.707 * 212$

$N = 410 \text{ N}$

NAHAR

Exp4| The cable and beam shown in fig. supported a load of 600 N. Find the tensile force T in the cable and the compressive force C in the beam.




$R_x = \Sigma F_x = 0$

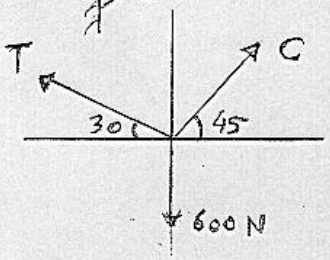
$C\cos 45 - T\cos 30 = 0$

$0.707C - 0.866T = 0$ — (1)

$R_y = \Sigma F_y = 0$

$C\sin 45 + T\sin 30 - 600 = 0$

$+0.5T = 600$ — (2)




F.B.D

$0.707C - 0.866T = 0$ — (1)

$\mp 0.707C \mp 0.5T = \mp 600$ — (2)

بالطرح

$-1.366T = -600$

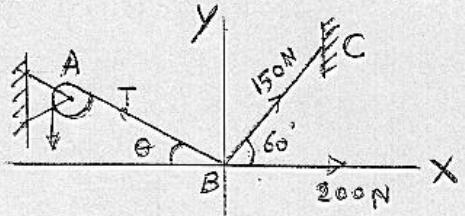
$T = \frac{600}{1.366} = 439.2\ N$

بالتعويض في المعادلة (1)

$0.707C - 0.866(439.2) = 0$ — (1)

$C = \frac{380.38}{0.707} = 538.02\ N$

**Exp5** The force in the rope BC is 150 N as shown in Fig. Find the magnitude and direction of the force in the rope AB

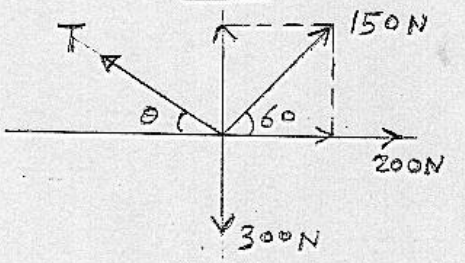



$$R_x = \Sigma F_x = 0$$

$$150\cos 60 - T\cos\theta + 200 = 0$$
$$0.5 * 150 - T\cos\theta + 200 = 0$$
$$T\cos\theta = 275 \quad \text{——} \quad (1)$$

$$R_y = \Sigma F_y = 0$$

$$150\sin 60 + T\sin\theta = 300$$
$$T\sin\theta = 300 - 0.866 * 150$$
$$T\sin\theta = 300 - 130$$




F.B.D

$$T\sin\theta = 170 \quad \text{——} \quad (2)$$

نقسم المعادلة (2) على (1) :

$$\frac{T\sin\theta}{T\cos\theta} = \frac{170}{275}$$

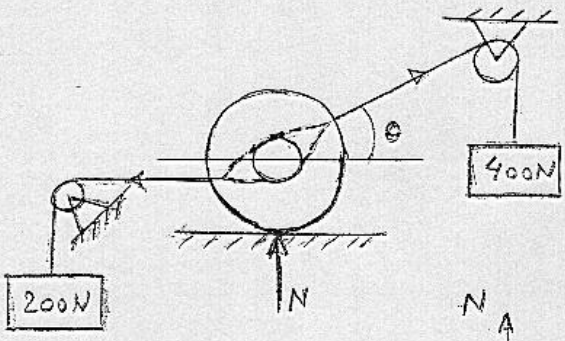
$$\tan\theta = 0.618 \longrightarrow \theta = \tan^{-1} 0.618$$

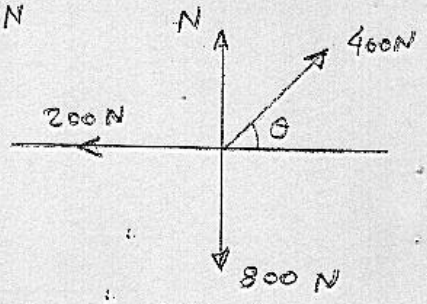
$$\theta = 31.7^\circ$$

$$\therefore T\cos(31.7) = 275$$

$$T = \frac{275}{\cos 31.7} = 323.5\,N$$

Exp6 / Cords are looped around a small spacer separating two cylinders each weighting (400N) and pass as shown in fig. over frictionless pulleys to weight 400N & 200N. Find the angle θ and the normal pressure N between the cylinders and the smooth horizontal surfaces.




F.B.D

$R_x = \Sigma F_x = 0$

$400 \cos\theta - 200 = 0$

$400 \cos\theta = 200$

$\cos\theta = \frac{200}{400} = \frac{1}{2}$

$\therefore \theta = 60^\circ$

$R_y = \Sigma F_y = 0$

$N + 400 \sin 60 - 800 = 0$

$N = 800 - 0.866 * 400$

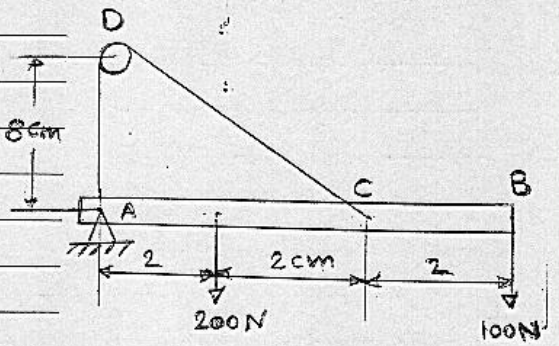
$N = 454 \ N$

# Equilibrium of non-concurrent force system

اذا كان جسم في حالة اتزان فان مجموع القوى المؤثرة في الجسم يساوي صفر وكذلك تكون حالة العزوم تساوي صفر
$(\Sigma R_y = 0 \;/\; \Sigma R_x = 0)$
$(\Sigma M = 0)$

P①

A beam AB is supported in a horizontal position by hing (A) and a cable runs from (C) over a small pulley (D) as shown in fig. Compute the tension (T) in the cable and the horizontal and vertical components of the reaction at A.




$\theta = \tan^{-1} \frac{8}{4}$

$\theta = \tan^{-1} 2$

$\theta = 63.5°$

$\Sigma M_A = 0$

$200 * 2 - T_y * 4 + 100 * 6 = 0$

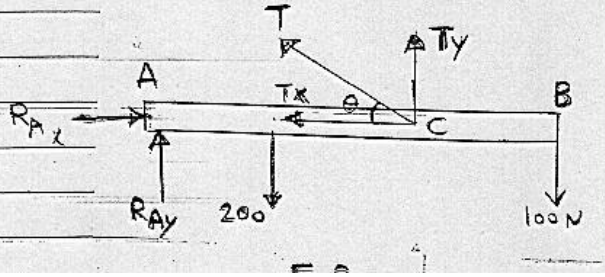
$1000 = 4 \cdot T_y$

$T_y = \frac{1000}{4} = 250\ N$

$T_y = T \sin 63.5$ ①

$T_x = T \cos 63.5$ ②

$250 = 0.894\ T$ ①



$T_X = 0.446 * 280$ من القانون السابق

$T_X = 125\ N$

$R_X = \Sigma F_X = 0$

$R_{AX} - T_X = 0$

$R_{AX} - 125 = 0$

$R_{AX} = 125\ N$

$R_y = \Sigma F_y = 0$

$R_{Ay} - 200 - 100 + T_y = 0$

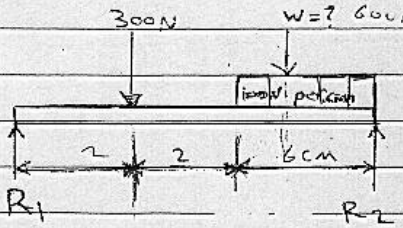
$R_{Ay} - 300 + 250 = 0$

$R_{Ay} = 50\ N$

---

EXP.2

A beam is simply supported at the ends a concentrated load of 300 N and a uniformly distributed load weight (100 N per cm) as shown in fig find the beam reactions.




$W = 100 * 6 = 600\ N$

$\Sigma M_A = 0$

$300 * 2 + 600 * 7 - 10R_2 = 0$

$4800 = 10R_2 \rightarrow R_2 = \frac{4800}{10}$

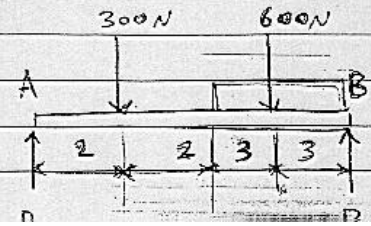
$R_2 = 480\ N$

$\Sigma M_B = 0$

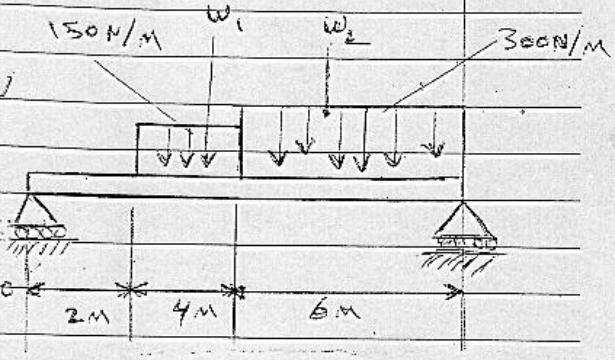
$10R_1 - 300 * 8 - 600 * 3 = 0$

$10R_1 = 4200$

$R_1 = \frac{4200}{10} = 420\ N$



XP-3 A simple supported beam carries Loads as shown in fig. Find the beam reactions.




$W_1 = 150 \times 4 = 600\ N$

$W_2 = 300 \times 6 = 1800\ N$

$\sum M_A = 0$

$600 \times 4 + 1800 \times 9 - R_{By} \times 12 = 0$

$2400 + 16200 - R_{By} 12 = 0$

$R_{By} = \frac{2400 + 16200}{12}$

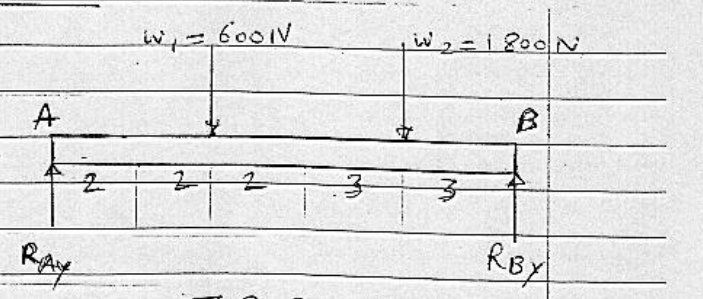
$= 1550\ N$

$\sum M_B = 0$

$R_{Ay} 12 - 600 \times 8 + 1800 \times 3 = 0$

$R_{Ay} = \frac{600 \times 8 + 1800 \times 3}{12}$

$R_{Ay} = 850\ N$

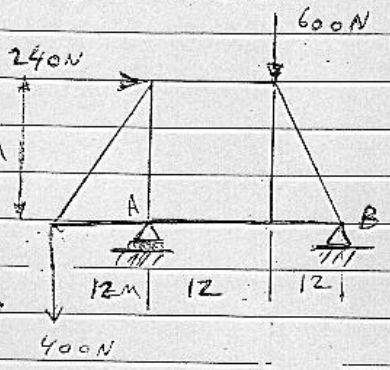



F.B.D

NAIIAR

EX.P.4

the truss shown in fig. is supported on arroler at A and a hinge at B, Solve for the components reaction.




$\Sigma M_A = 0$

$-400 \times 12 + 240 \times 16 + 600 \times 12 - 24 R_{By} = 0$

$24 R_{By} = 6240 \rightarrow R_{By} = 260N$

$R_x = \Sigma f_x = 0$

$240 - R_{BX} = 0$

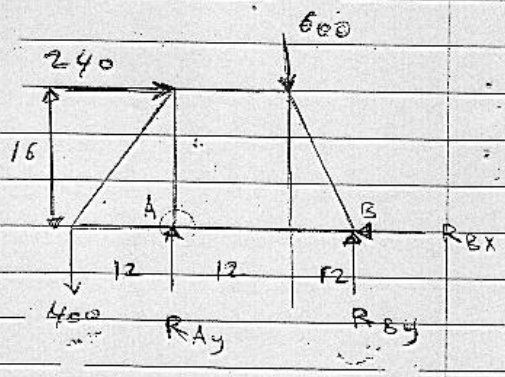
$R_{BX} = 240 N$

$R_y = \Sigma f_y = 0$

$-400 + R_{Ay} - 600 + R_{By} = 0$

$\rightarrow R_{Ay} = 1000 - 260$

$= 740 N$

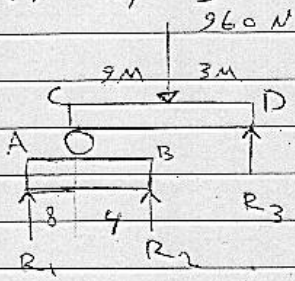



(F.B.D)

NAJJAR

Ex.p.5

The upper beam shown in fig. is supported by a reaction $R_3$ at D and a roller at C which separates the upper and lower beam, find the reaction $R_1, R_2, R_3$




$\Sigma M_C = 0$

$960 \times 9 - 12R_3 = 0$

$12R_3 = 8640$

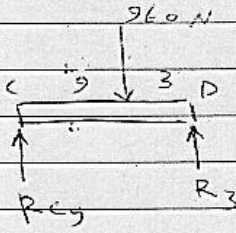
$R_3 = \frac{8640}{12} = 720\ N$

$R_y = \Sigma F_y = 0$

$R_{cy} + R_3 - 960 = 0$

$R_{cy} = 960 - 720$

$R_{cy} = 240\ N$



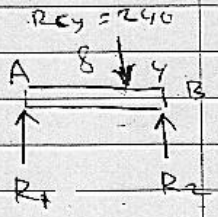

$\Sigma M_A = 0$

$240 \times 8 - 12R_2 = 0$

$12R_2 = 1920$

$R_2 = \frac{1920}{12} \quad 160\ N$

F.B.D (upper beam)

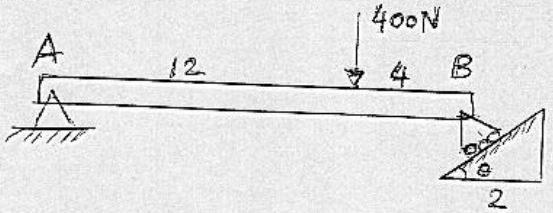



$R_y = \Sigma F_y = 0$

$R_1 + R_2 - 240 = 0$

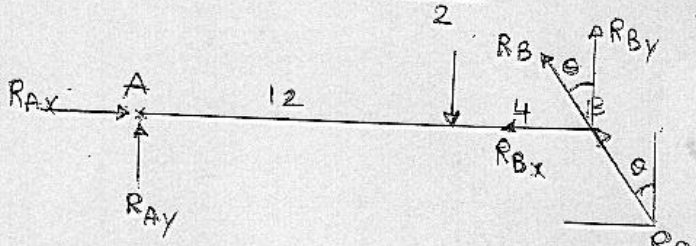
$R_1 + 160 - 240 = 0 \rightarrow R_1 = 80\ N$ (F.B.D)

Exp 6] The beam shown in fig is supported by a hinge at A and roller on 1 to 2 slope at B. Determin the resultant reactions.




$\theta = \tan^{-1}\frac{1}{2}$

$\theta = 26.6^\circ$



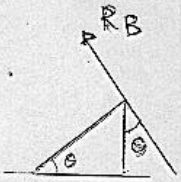

F.B.D

$\Sigma M_A = 0$

$400 \times 12 - R_{BY} \times 16 = 0$

$4800 - 16 R_{BY} = 0$

$R_{BY} = \frac{4800}{16} = 300N$




$R_y = \Sigma F_y = 0$

$R_{AY} + R_{BY} - 400 = 0$

$R_{AY} = 400 - 300 = 100\ N$

$R_{BY} = R_B \cos 26.6$

$300 = 0.894\, R_B \longrightarrow R_B = 336\ N$

$R_{BX} = R_B \sin 26.6 = 336 \times 0.447 = 150\ N$

$R_x = \Sigma F_x = 0$

$R_A x - R_{BX} = 0$

$R_{AX} = R_{BX} = 150\ N$

$R_A = \sqrt{(R_{AX})^2 + (R_{AY})^2}$

$R_A = \sqrt{(150)^2 + (100)^2} = 180\ N$

# Friction الاحتكاك

الاحتكاك (Friction) :-
هو مقاومة التلامس المتولدة في اي الاجسام على الجسم الثاني فعندما يتحرك الجسم الثاني خلال الجسم الاول فسوف تتولد قوة تعيق حركة الجسم تسمى قوة الاحتكاك ويكون اتجاهها دائما عكس اتجاة الحركة ويرمز لها بالرمز (F) ويمكن حسابها من القانون الاتي :

$F = \mu \times N$ قانون الاحتكاك

حيث :-
f : friction force قوة الاحتكاك
$\mu$ : coefficion of friction معامل الاحتكاك
N : normal pressure force قوة ضغط عمودية
يقاس بوحدة النيوتن (N)

لحل مسائل الاحتكاك نتبع مايلي :-

١- نرسم مخطط الجسم الحر (F.B.D)
٢- نطبق القوانين التالية

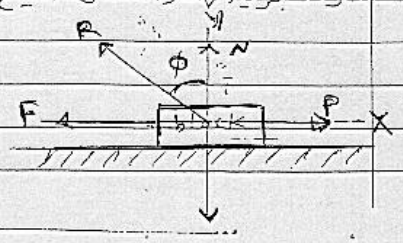
① $\sum R_y = \sum F_y = 0$
② $F = \mu N$
③ $\sum R_x = \sum f_x = 0$

$\phi$ زاوية الاحتكاك

زاوية الاحتكاك (angle of friction) ($\phi$) تاي
هي الزاوية المحصورة بين (R, N) حيث (N) هي قوة الضغط العمودية (R) هي محصلة رد الفعل زاوية الاحتكاك تعتمد قيمتها على قوة الاحتكاك (F) فتزداد بزيادتها والعكس صحيح كما في الرسم الاتي.

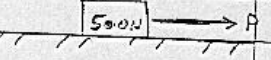
$\mu = \frac{F}{N}$ بحيث $\tan\phi = \frac{F}{N}$

④ $\therefore \tan\phi = \mu = \frac{F}{N}$ $\phi = \tan^{-1}\frac{f}{N}$




NAHAR
مكتب
استنساخ المعهد التقني

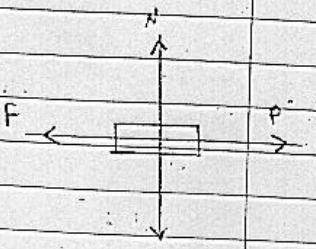
[Exp-1] find the force p of 500 N block is in contact with a horizontal plane if coefficient of friction is (0.2




* $R_y = \Sigma F_y = 0$

$N - W = 0$

$N - 500 = 0 \rightarrow N = 500\ N$




(F.B.D)

* $f = \mu N$

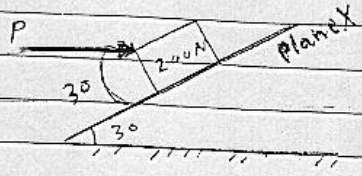
$f = 0.2 * 500 \rightarrow f = 100\ N$

* $R_x = \Sigma F_x = 0$

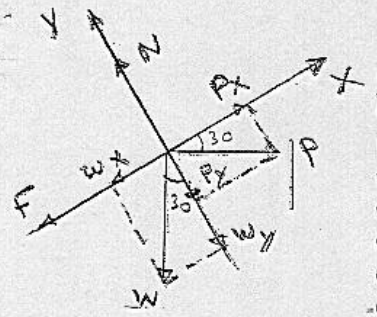
$P - f = 0$

$P - 100 = 0 \rightarrow P = 100\ N$

[Exp-2] A 200 N block is in contact with plane inclind at 30°, the coefficient of friction is 0.2, compute the value of p which aherizontal force that will cause motion up the plane.




NAJIAR




* $R_y = \Sigma F_y = 0$

$N - P_y - W_y = 0$

$N - P\sin 30 - W\cos 30 = 0$

$N - P\,0.5 - 0.866 * 200 = 0$

$N = (0.5P + 173.2)$

* $f = \mu N$

$F = 0.2(0.5P + 173.2)$

$F = (0.1P + 34.64)$

* $R_x = \Sigma F_x = 0$

$P_x - W_x - F = 0$

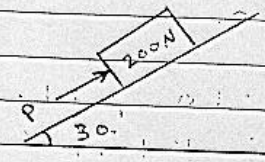
$P\cos 30 - W\sin 30 - (0.1P + 34.64) = 0$

$0.866P - 0.5 * 200 - 0.1 - 34.64 = 0$

$0.766P = 134.64$

$P = \frac{134.64}{0.766} = 176\ N$

**Exp.3** A (200 N) block is incontact with plane in clind at 30°, A force P is parallle to the plane which is applied to the body, if coefficent of frection is (0.2) find the force P to just prevent motion down the plane.



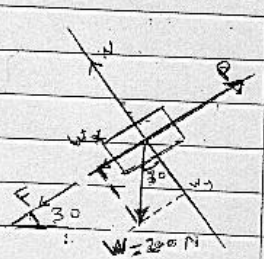

* $R_y = \Sigma F_y = 0$

$N - W_y = 0$

$N - W\cos 30 = 0$

$N - 200 \times 0.866 = 0$

$N = 173.2$ (N)




(F.B.D)

* $F = \mu N$

$F = 0.2 * 173.2$

$= 34.64$ N

* $R_x = \Sigma F_x = 0$

$P - W_x - F = 0$

$P - W\sin 30 - 34.64 = 0$

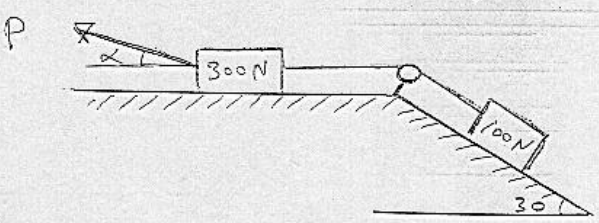
$P - 100 - 34.64 = 0$

$P = 100 + 34.64$

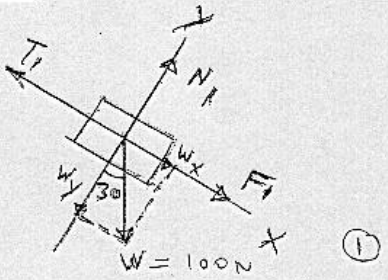
$P = 134.64$ N

NAJAR

**Exp 4** Find the least value of P required to cause the system of blocks shown in fig. to have impending motion to the left. The coefficient of friction is 0.2




①




$\Sigma F_y = 0$

$N_1 - 100\cos 30 = 0$

$N_1 = 86.6\ N$

$F_1 = f N_1 \longrightarrow F_1 = 0.2 * 86.6$

$F_1 = 17.32\ N$

$\Sigma F_x = 0$

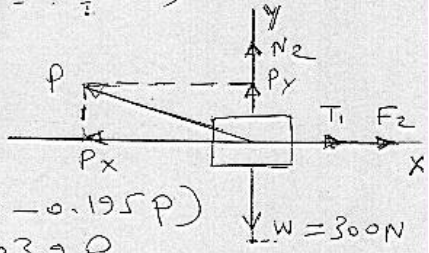
$F_1 + W_x - T_1 = 0$

$17.32 + 100\sin 30 = T_1 \longrightarrow T_1 = 67.32\ N$

$\Phi = \tan^{-1} f \longrightarrow \Phi = \tan^{-1} 0.2 = 11.3 = \alpha$

(عندما يطبق P فان أقل قيمة لها تحقق توازن الجسم) $\alpha = \Phi$

②




$R_y = \Sigma F_y = 0$

$N_2 + P_y - W = 0$

$N_2 + P\sin\alpha - 300 = 0$

$N_2 = (300 - 0.195P)$

$F_2 = f N_2 \longrightarrow F_2 = 0.2(300 - 0.195P)$

$F_2 = 60 - 0.039P$

②

$R_x = \Sigma F_x = 0$

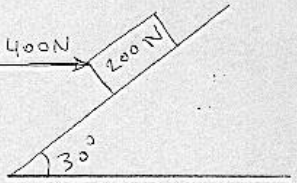
$F_2 + T_1 - P_x = 0$

$60 - 0.039P + 67.32 - P\cos\alpha = 0$

$127.32 - 1.019P = 0$

$\frac{127.32}{1.019} = P = 124.94\ N$

Exp5] The (200 N) block shown in fig has impending motion up the plane caused by the horizontal force of (400 N). Determine the coefficient of friction between the contact surfaces.



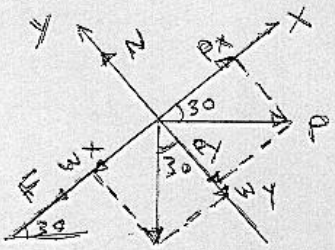

* $R_y = \Sigma F_y = 0$

$N - P_y - W_y = 0$

$N - 400 \sin 30 - 200 \cdot \cos 30 = 0$

$N - 200 - 173.2 = 0$

$N = 373.2\ N$




F.B.D

* $R_x = \Sigma F_x = 0$

$P_x - W_x - F = 0$

$400 \cos 30 - 200 \sin 30 - F = 0$

$346.4 - 100 = F$

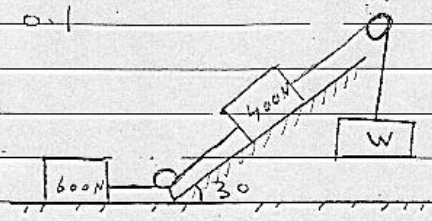
$F = 246.4\ N$

$F = f N$

$\therefore f = \frac{F}{N}$

$f = \frac{246.4}{373.2} = 0.66$

Exp:6/ Find the weight (W) which is necessary to star system of blocks moving to the right if coefficient of friction is 0.1




①

$\Sigma R_y = \Sigma F_y = 0$

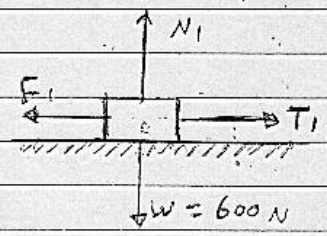
$N_1 - W = 0$

$N_1 = 600\ N$

$F = f N$

$F = 0.1 \times 600$

$= 60\ N$




$\Sigma F_x = 0$

$T_1 - 60 = 0$

$T_1 = 60\ N$

②

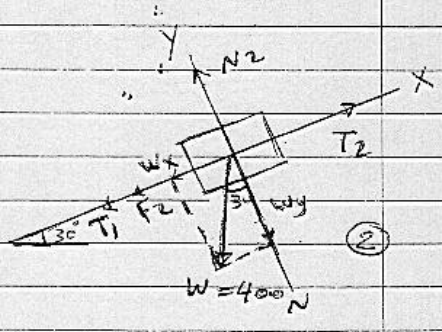
$\Sigma F_y = 0$

$N_2 - W_y = 0$

$N_2 - W\cos 30 = 0$

$N_2 - 400 \times 0.866 = 0$

$N_2 = 346.4\ N$




$F_2 = f N_2$

$F_2 = 0.1 \times 346.4 = 34.64\ N$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow T_2 - W_x - T_1 - F_2 = 0$

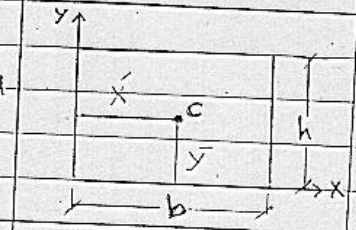
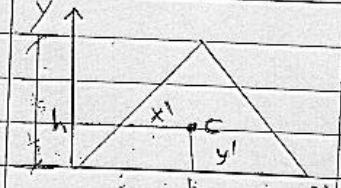
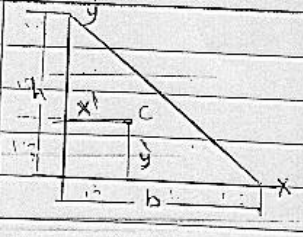
$T_2 - 400\sin 30 - 60 - 34.64 = 0$

$T_2 - 200 - 94.64 = 0$

$T_2 = 200 + 94.64 = 294.64\ N$

# Center of gravity مركز الثقل

* جدول لايجاد مركز ثقل المساحات للأشكال الهندسية المنتظمة البسيطة

| الاسم | الشكل | المساحة a | $x'$ | $y'$ | ملحوظة نلاحظ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1- المستطيل |  | $b \cdot h$ | قاعدة | ارتفاع | |
| | | طول * العرض | $\frac{B}{2}$ | $\frac{h}{2}$ | |
| 2- المثلث |  | $\frac{bh}{2}$ | $\frac{b}{2}$ | $\frac{h}{3}$ | |
| | | الارتفاع * القاعدة / 2 | | | |
| 3- مثلث قائم الزاوية |  | $\frac{bh}{2}$ | $\frac{b}{3}$ | $\frac{h}{3}$ | |
| | | الارتفاع * القاعدة / 2 | | | |

NAHAR

| الشكل | القاعدة | $x'$ | $y'$ |
|---|---|---|---|
| ٤ـ مثلث قائم الزاوية | $\frac{bh}{2}$ | $\frac{2b}{3}$ | $\frac{h}{3}$ |
| ٥ـ مثلث قائم الزاوية | $\frac{bh}{2}$ | $\frac{b}{3}$ | $\frac{2h}{3}$ |
| ٦ـ دائرة | $\pi r^2$ | ٠ | ٠ |
| ٧ـ نصف دائرة | $\frac{\pi r^2}{2}$ | ٠.٤٢٤ر | ر |
| ٨ـ نصف دائرة | $\frac{\pi r^2}{2}$ | ر | ٠.٤٢٤ر |
| ٩ـ ربع دائرة | $\frac{\pi r^2}{4}$ | ٠.٤٢٤ر | ٠.٤٢٤ر |

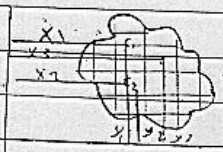
NAHAR

مكتب

مركز الثقل: centroid and centre of gravity

هي النقطة التي يتركز فيها ثقل الجسم اي ان الجسم عندما يستند على نقطة مركزة يكون في حالة الاتزان اي ان محصلة الجسم ومحصلة العزوم تساوي صفر. ويرمز لها بالرمز (c)

اولاً: مركز ثقل المساحات الهندسية المنتظمة البسيطة



العزم الكلي = مجموع عزوم المساحات الصغيرة

العزم حول محور y

$$A\bar{x} = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n$$

$$A\bar{x} = \Sigma ax$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma ax}{A} \quad \text{---} (1)$$ نجد

العزم حول محور x

$$A\bar{y} = a_1y_1 + a_2y_2 + \dots$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma ay}{A} \quad \text{---} (2)$$ نجد

حيث ان

$\bar{x}$: هي بعد مركز الثقل (c) عن محور y

$\Sigma ax$: مجموع عزوم مساحات صغرى حول محور y

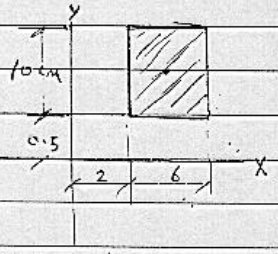
$A$ = المساحة الكلية للجسم

$\bar{y}$ : بعد مركز ثقل الجسم (C) عن محور X

$\Sigma ay$ مجموع عزوم الجسيمات عن محور X

EXp-1 Find the centroid of the shaded area. مثال: أوجد مركز ثقل المساحة المظللة

shown in fig.




① $C(\bar{x}, \bar{y})$

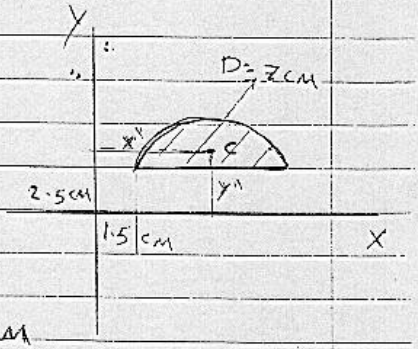
$\bar{x} = \frac{b}{2} + 2$

$\bar{x} = \frac{6}{2} + 2 = 5\ m$

$\bar{y} = \frac{h}{2} + 0.5$

$\bar{y} = \frac{10}{2} + 0.5 = 5.5\ m$

$\therefore C(5, 5.5)$




② $C(\bar{x}/\bar{y})$

$\bar{x} = r + 1.5 = 3.5 + 1.5 = 5\ cm$

$\bar{y} = 0.424r + 2.5 = 3.98\ cm$

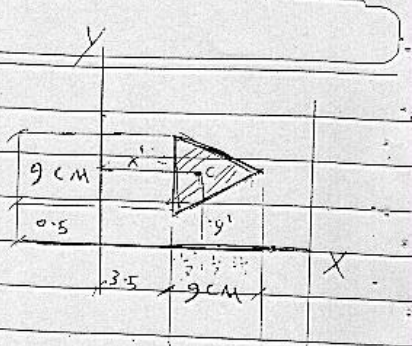
$\therefore C(5/3.98)$

NAHAR

مكتب
استشارات الهندسة التقنية

③

$C(\bar{x}/\bar{y})$




$$\bar{x} = \frac{h}{3} + 3.5$$

$$\bar{x} = \frac{9}{3} + 3.5 = 6.5 \text{ cm}$$

$$\bar{y} = \frac{b}{2} + 0.5$$

$$\bar{y} = \frac{9}{2} + 0.5 \qquad \bar{y} = 5 \text{ cm}$$

$$\therefore C(6.5/5)$$

ثانياً: مركز ثقل المساحات الهندسية المركبة:-

خطوات الحل لايجاد مركز الثقل تتبع مايلي:-

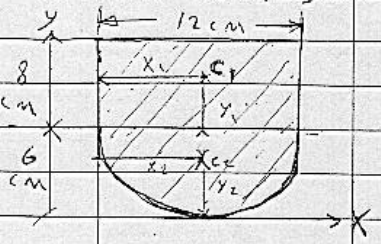
- تقسيم الشكل المركب لاكثر من شكل هندسية بسيطة ويبان مركز ثقل مساحة كل شكل بسيط يكون معلوم (يأخذ من الجداول خاصة بمركز ثقل الاشكال البسيطة).
- عمل جدول لايجاد مركز ثقل مساحة الشكل المركب
- تطبق القوانين التالية

$$\bar{x} = \frac{\Sigma a x}{A} \quad \text{---} (1)$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma a y}{A} \quad \text{---} (2)$$

NAJJAR

Exp.2 find centroid of the shaded area shown in fig




| الشكل | a مساحة | X | aX | y | ay |
|---|---|---|---|---|---|
| ① مستطيل | $bh = 12*8$ $= 96\ cm^2$ | $\frac{b}{2} = \frac{12}{2}$ $= 6\ cm$ | $96 * 6$ $= 576\ cm^3$ | $\frac{h}{2} + b =$ $\frac{8}{2} + 6 =$ $10\ cm$ | $96 * 10$ $= 960\ cm^3$ |
| ② نصف دائرة $r = 6cm$ | $\frac{\pi r^2}{2} =$ $\frac{\pi}{2} * 6^2 =$ $56.52$ | $r = 6$ | $56.52 * 6$ $= 339.12$ | $6 - 0.424r =$ $6 - 0.424*6$ $= 3.45$ | $56.52$ $* 3.45$ $= 195.33$ |
| المجموع | $A = 96 + 56.52$ $A = 152.52$ | X | $\Sigma ax = 576 +$ $339.12$ $= 915.12$ | X | $\Sigma ay =$ $960 +$ $195.33$ $= 1155.3$ |

$$\therefore \bar{x} = \frac{\Sigma ax}{A} = \frac{915.12}{152.52} = 6\ cm$$

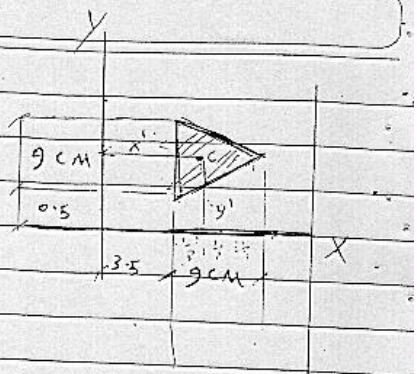
$$\bar{y} = \frac{\Sigma ay}{A} = \frac{1155.33}{152.52} = 7.57\ cm$$

NAHAR

$\therefore C\ (6, 7.57)$

③

$C(\bar{x}/\bar{y})$




$$\bar{x} = \frac{h}{3} + 3.5$$

$$\bar{x} = \frac{9}{3} + 3.5 = 6.5 \text{ cm}$$

$$\bar{y} = \frac{b}{2} + 0.5$$

$$\bar{y} = \frac{9}{2} + 0.5 \qquad \bar{y} = 5 \text{ cm}$$

$$\therefore C(6.5/5)$$

ثانياً: مركز ثقل المساحات الهندسية المركبة:-

خطوات الحل لايجاد مركز الثقل تتبع مايلي:-

١- تقسيم الشكل المركب الى عدة اشكال هندسية بسيطة ويبان مركز ثقل مساحة كل شكل بسيط يكون معلوم (يأخذ من الجداول خاصة بمركز ثقل الاشكال البسيط)

٢- عمل جدول لايجاد مركز ثقل مساحة الشكل المركب

٣- تطبق القوانين التالية

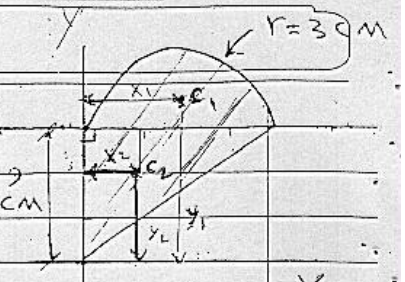
$$\bar{x} = \frac{\Sigma a\bar{x}}{A} \quad ①$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma a\bar{y}}{A} \quad ②$$

NAHAR

62

Ex.p.3 Find centroid the shaded area shown in fig.




| الاسم | a المساحة | X | a X | y | a y |
|---|---|---|---|---|---|
| ① نصف دائرة r=3cm | $\frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi}{2} * 3^2 = 14.13\ cm^2$ | r-3cm | $14.13 * 3 = 42.39\ cm^3$ | $\frac{4r}{3\pi} = \frac{4*3}{3*\pi} = 1.27$ cm | $14.13 * 1.27 = 145.14$ |
| ② مثلث قائم الزاوية | $\frac{bh}{2} = \frac{6*9}{2} = 27$ | $\frac{b}{3} = \frac{6}{3} = 2$ | $27 * 2 = 54$ | $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} * 9 = 6$ | $27 * 6 = 162$ |
| المجموع | $A = 14.13 + 27 = 41.13$ | X | $\Sigma aX = 42.39 + 54 = 96.39$ | X | $\Sigma ay = 307.14$ |

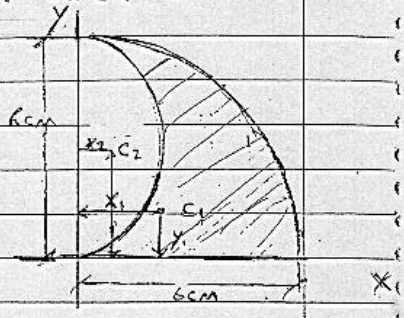
$$\bar{X} = \frac{\Sigma aX}{A} = 2.34\ cm = \frac{96.39}{41.13}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma ay}{A} = 7.46\ cm = \frac{307.14}{41.13}$$

$$C\ (2.34, 7.46)$$

NAHAR

Exp.4 Find centroid the shaded area shown in fig.




ملاحظة: مساحة المنطقة المظللة تكون اشارتها موجبة ومساحة المنطقة الغير مظللة تكون اشارتها سالبة

| الاسم | المساحة a | X | aX | y | ay |
|---|---|---|---|---|---|
| ① ربع دائرة r=6cm | $\frac{\pi r^2}{4}$ $\frac{\pi}{4} * 6^2 = 28.26\ cm^2$ | $0.424r$ $0.424 * 6$ $= 2.54\ cm$ | $28.26 * 2.54$ $= 71.89\ cm^3$ | $0.424r$ $0.424 * 6$ $= 2.54\ cm$ | $28.26 * 2.54 = 71.89\ cm^3$ |
| ② نصف دائرة r=3cm | $\frac{\pi r^2}{2}$ $\frac{\pi}{2} * 3^2 =$ $-14.13$ | $0.424r$ $0.424 * 3$ $= 1.27$ | $-14.13 * 1.27$ $= -17.97$ | $r = 3$ | $-14.13 * 3 = -42.39$ |
| مجموع | $A = 14.13$ $A = 28.26 - 14.13$ | ✗ | $\Sigma ax = 71.89 - 17.97 = 53.92$ | ✗ | $\Sigma ay = 71.89 - 42.39 = 29.5$ |

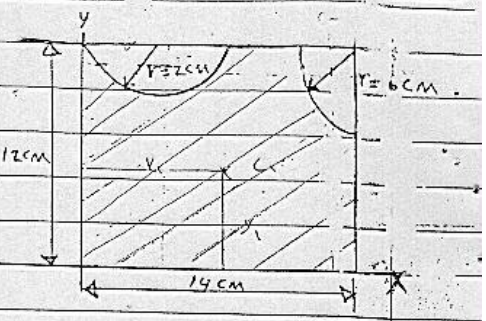
$$\bar{X} = \frac{\Sigma aX}{A} = 3.8\ cm = \frac{53.92}{14.13}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma ay}{A} = 2.08 = \frac{29.5}{14.13}$$

$\therefore C((3.8, 2.08))$

NAIIAR

Exp. 5

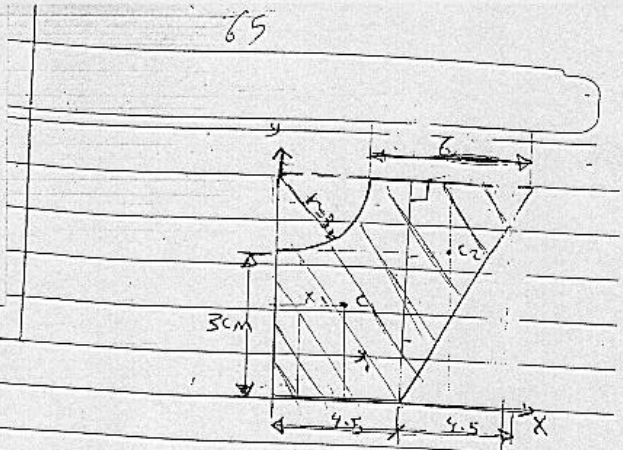



| الشكل | a | X | a X | y | a y |
|---|---|---|---|---|---|
| ① المستطيل | $bh = 14 * 12$ $168\ cm^2$ | $\frac{b}{2} = \frac{14}{2} = 7cm$ | $168 * 7 =$ $1176\ cm^3$ | $\frac{h}{2} = \frac{12}{2}$ $= 6\ cm$ | $168 * 6$ $= 1008\ cm^3$ |
| ② نصف دائرة $r = 2cm$ | $\frac{\pi r^2}{2}$ $\frac{\pi}{2} * 2^2 =$ $-6.28$ | $r = 2$ | $-6.28 * 2$ $= -12.56$ | $12 - (0.424 * 2)$ $12 - (0.424 * 2)$ $= 11.15$ | $-6.28 *$ $11.15$ $= -70$ |
| ③ ربع دائرة $r = 6cm$ | $\frac{\pi r^2}{4} =$ $\frac{\pi}{4} * 6^2 = -28.26$ | $14 - 0.424r$ $= 14 - 0.424 * 6$ $= 11.45$ | $-28.26 * 11.45$ $= -323.57$ | $12 - 0.424r$ $12 - 0.424 * 6$ $= 9.45$ | $-28.26 *$ $9.45$ $= -267$ |
| المجموع | $A = 168 - 6.28 - 28.26$ $A = 133.46$ | X | $\Sigma ax = 1176 - 12.56 - 323.57$ $\Sigma ax = 839.8$ | X | $\Sigma ay = 1008 - 70 - 267$ $\Sigma ay = 670$ |

$$\bar{X} = \frac{\Sigma ax}{A} = \frac{839.8}{133.46} = 6.28cm$$

$$\bar{Y} = \frac{\Sigma ay}{A} = \frac{670}{133.46} = 5\ cm$$

$$C(\bar{X}, \bar{Y}) = C(6.28 ; 5)$$




EX.p.6

| الاسم | a | X | a·X | y | a·y |
|---|---|---|---|---|---|
| ① مستطيل | $bh = 4.5 \times 6 = 27\,cm^2$ | $\frac{b}{2} = \frac{4.5}{2} = 2.25\,cm$ | $27 \times 2.25 = 60.75\,cm^3$ | $\frac{h}{2} = \frac{6}{2} = 3\,cm$ | $27 \times 3 = 81\,cm^3$ |
| ② مثلث قائم الزاوية | $\frac{bh}{2} = \frac{4.5 \times 6}{2} = 13.5$ | $\frac{b}{3} + 4.5$ <br> $\frac{4.5}{3} + 4.5 = 6$ | $13.5 \times 6 = 81$ | $\frac{2}{3}h = \frac{2}{3} \times 6 = 4$ | $13.5 \times 4 = 54$ |
| ③ دائرة r=3cm | $\frac{\pi r^2}{4} = \frac{\pi}{4} \times 3^2 = 7.06$ | $0.424r = 1.27$ | $7.06 \times 1.27 = 8.98$ | $6 - 0.424r = 4.72$ | $7.06 \times 4.72 = 33.4$ |
| $\sum$ | $A = 32.43$ | X | $\sum aX = 132.72$ | X | $\sum ay = 101.57$ |

$X = 4\,cm$

$Y = 3\,cm$ ((4,3))

# Moment of inertia — عزم القصور الذاتي

هو عبارة عن مجموع او تكامل حاصل ضرب مربع مسافة في مساحة متناهية في الصغر ويرمز لها بالرمز «dA» ويرمز له بالرمز «I» ويقاس بوحدة «$m^4$ او $cm^4$».

ملاحظة: تكون اشارة عزم القصور الذاتي موجبة اذا كان الشكل مظلل وكانت المساحة موجبة والعكس صحيح.

نقسم العزم الى قسمين:-

اولا: عزم قصور ذاتي مركزي او محوري «اي بمركز ثقل الجسم» ويكون على نوعين:

أ- عزم قصور ذاتي مركزي حول محور (X) يرمز لها ($I_{x_o}$) ويحسب من القانون الآتي

$$I_{x_o} = \int y^2 dA$$

ب- عزم قصور ذاتي مركزي حول محور (y) ويرمز لها ($I_{y_o}$) ويحسب من القانون الآتي

$$I_{y_o} = \int x^2 dA$$

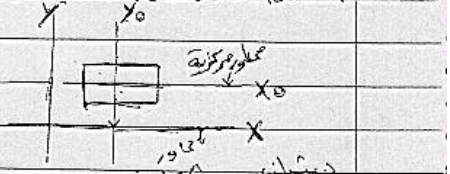
ثانيا: عزم قصور ذاتي اساسي ويكون على نوعين:

أ- عزم قصور ذاتي اساسي حول محور (X) يرمز لها بالرمز ($I_x$) ويحسب من القانون

$$\{I_x = I_{x_o} + Ad^2\}$$ حفظ

ب- عزم قصور ذاتي اساسي حول محور (y) ويرمز لها بالرمز ($I_y$) ويحسب من القانون

$$\{I_y = I_{y_o} + Ad^2\}$$ حفظ

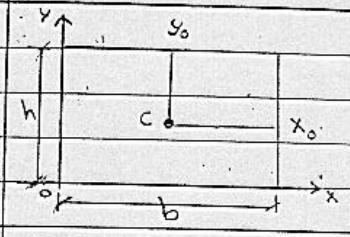
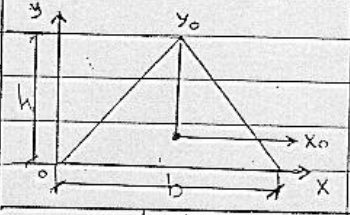
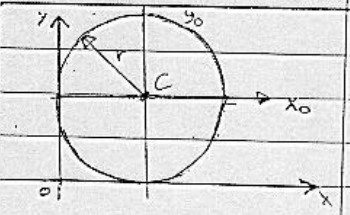
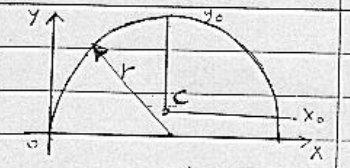
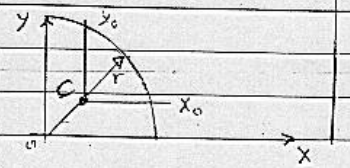



A: → المساحة الكلية للشكل المظلل

d: → المسافة من مركز ثقل الجسم الى المحور المراد حساب عزم القصور الذاتي حوله

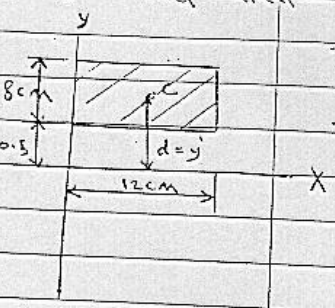
## الجدول كملحق بالعزم القصور الذاتي

* جدول لإيجاد عزم القصور الذاتي السيني والصادي المركزي * للأشكال الهندسية البسيطة.

| الاسم | الشكل | A | $I_{X_o}$ | $I_{y_o}$ |
|---|---|---|---|---|
| ① المستطيل |  | $bh$ | $\frac{bh^3}{12}$ | $\frac{hb^3}{12}$ |
| ② المثلث |  | $\frac{bh}{2}$ | $\frac{bh^3}{36}$ | $\frac{hb^3}{36}$ |
| ③ دائرة كاملة |  | $\pi r^2$ | $0.22r^4$ | $0.22r^4$ |
| ④ نصف دائرة |  | $\frac{\pi r^2}{2}$ | $0.11r^4$ | $0.11r^4$ |
| ⑤ ربع دائرة |  | $\frac{\pi r^2}{4}$ | $0.055r^4$ | $0.055r^4$ |

NAHAR

EXP.7 :- find the moment of inertia about the X-axis of the shaded area shown in fig.




$I_x = I_{x_o} + Ad^2$

$I_{x_o} = \frac{bh^3}{12} = \frac{12 * 8^3}{12}$

$= 512 \text{ cm}^4$

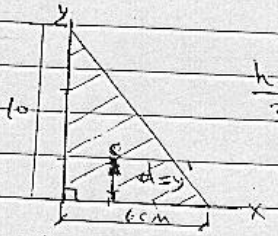
$A = bh = 12 * 8 = 96 \text{ cm}^2$

$d = \frac{h}{2} + 0.5 = \frac{8}{2} + 0.5 = 4.5 \text{ cm}$

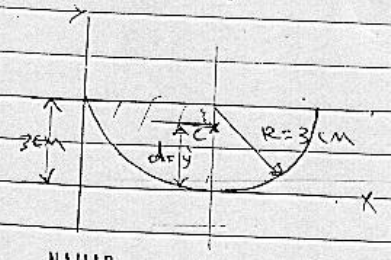
$I_x = 512 + 96 * (4.5)^2$

$= 2456 \text{ cm}^4$

EXP. :-




$\frac{h}{3} = \frac{10}{3} = d$

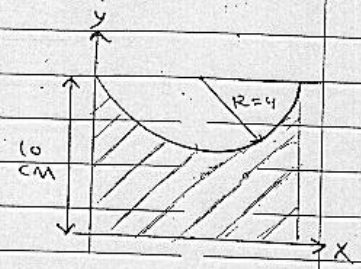



$d = 3 - 0.424R$

$I_{x_o} = 0.11R^4$

NAHAR

Exp 2 find the moment of inertia about the X-axis of the shaded area shown in fig.




| رسم | $I_{xo}$ | A | $d = \bar{y}$ | $d^2$ | $Ad^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| مستطيل ① | $\frac{bh^3}{12} = \frac{8*10^3}{12}$ $= 666.67\ cm^4$ | $bh = 8*10$ $= 80\ cm^2$ | $\frac{h}{2} = \frac{10}{2} = 5\ cm$ | $5^2 = 25\ cm^2$ | $80*25$ $2000\ cm$ |
| نقص دائرة ② $r=4$ | $0.11r^4$ $= 0.11*4^4$ $= -28.16$ | $\frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi}{2}*4^2$ $= -25.12$ | $h = 0.424r$ $= 10 - 0.424*4$ $= 8.3$ | $(8.3)^2$ $= 68.89$ | $-25.12*$ $68.89$ $= -1730$ |
| | $I_{x_o} = 666.67 - 28.16$ | | | | |
| مجموع | $I_{x_o} = 638.5$ | X | X | X | $Ad^2 =$ $269.5$ |

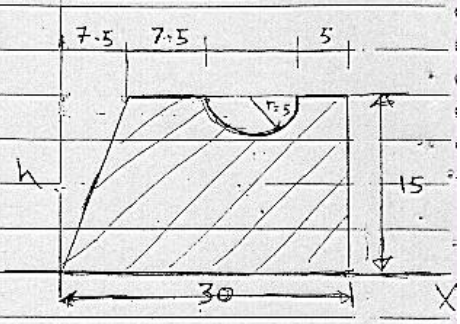
$$I_X = I_{x_o} + Ad^2$$

$$I_X = 638.5 + 269.5$$

$$I_X = 980\ cm^4$$

NAJJAR

EXp-3




| رقم | $I_{yo}$ | A | $d = x'$ | $d^2$ | $Ad^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| مستطيل ① | $\frac{hb^3}{12} = \frac{15*30^3}{12}$ $= 33750\ cm^4$ | $bh = 30*15$ $= 450\ cm^2$ | $\frac{b}{2} = \frac{30}{2}$ $= 15\ cm$ | $15^2 = 225$ $cm^2$ | $450*225$ $= 101250$ |
| مثلث قائم الزاوية ② | $\frac{hb^3}{36} = \frac{15*(7.5)^3}{36}$ $= -175.78$ | $\frac{bh}{2} = \frac{7.5*15}{2}$ $= -56.25$ | $\frac{b}{3} = \frac{7.5}{3}$ $= 2.5$ | $(2.5)^2 =$ $6.25$ | $-56.25$ $*6.25$ $= -351.56$ |
| نصف دائرة ③ r=5cm | $-0.11r^4$ $= -0.11(5)^4$ $= -68.75$ | $-\frac{\pi r^2}{2}$ $= -\frac{\pi(5)^2}{2}$ $= -39.25$ | $r+7.5+7.5$ $= 20$ | $(20)^2$ $= 400$ | $-39.25*$ $400$ $= -157$ |
| المجموع | $I_{y_o} = 33750 -$ $175.78 - 68.75$ $= 33505.5$ | X | X | X | $Ad^2 = 1012$ $= 351.5$ $-1570$ $= 85128$ |

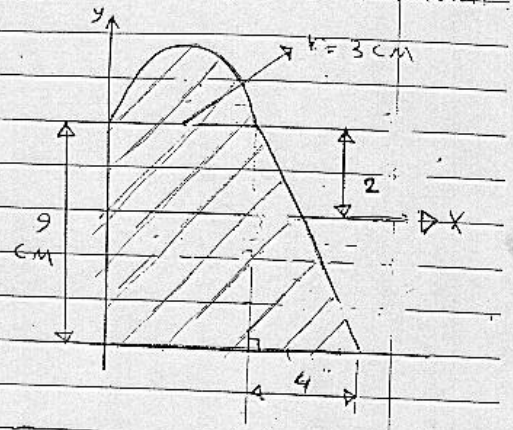
$I_y = I_{y_o} + Ad^2$

$I_y = 33505.5 + 85128.5$

$I_y = 118703.9\ cm^4$

NAJJAR

Exp.4) Find the moment of inirtia about the X-axis, for the shaded area shown in fig.




| رسم | $I_{X_o}$ | A مساحة | بعد (d = y) | $d^2$ | $Ad^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| نصف دائرة r=3cm | $0.11r^4$ $= 0.11 * 3^4$ $= 8.91 cm^4$ | $\frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi * 3^2}{2}$ $= 14.31 cm^2$ | $0.424r + 2$ $= 3.27 cm$ | $(3.27)^2$ $= 10.7 cm^2$ | $14.31 * 10.7$ $= 151.2 cm^4$ |
| مستطيل | $\frac{bh^3}{12} = \frac{6*9^3}{12}$ $= 365$ | $bh = 6*9$ $= 54$ | $\frac{h}{2} - 2 = \frac{9}{2} - 2$ $= 4.5 - 2$ $= 2.5$ | $(2.5)^2$ $= 6.25$ | $54 * 6.25$ $= 337.5$ |
| مثلث ناقص الزاوية | $\frac{bh^3}{36} \quad \frac{4*9^3}{36}$ $= 81$ | $\frac{bh}{2} \quad \frac{4*9}{2}$ $= 18$ | $\frac{2}{3}h - 2$ $= \frac{2}{3} * 9 - 2$ $= 4$ | $(4)^2$ $= 16$ | $18 * 16 =$ $288$ |
| المجموع | $I_{X_o} =$ $459.91$ | X | X | X | $Ad^2 =$ $776.7$ |

$I_X = I_{X_o} + Ad^2 \rightarrow 459.91 + 776.7$

$I_X = 1231.61 \ cm^4$

NAJJAR

# Dynamics علم الحركة

تعريف: هو العلم الذي يختص بدراسة حركة الاجسام ويكون على نوعين

① Kinematics :-
هو العلم الذي يختص بحركة الاجسام دون الاخذ بنظر الاعتبار القوة المسببة لهذه الحركة

② Kinetics :-
هو العلم الذي يختص بحركة الاجسام مع الاخذ بنظر الاعتبار القوة المسببة للحركة اي هو العلم الذي يربط القوة المسببة للحركة مع كتلة الجسم وتعجيلة حسب قانون نيوتن الثاني.

$$F = ma$$ قانون نيوتن الثاني

حيث ان:

F = Force القوة (N)

m : mass الكتلة (kg)

a : acceleration التعجيل ($m/sec^2$)

* الازاحة (S) displacement :-
هي المسافة الاتجاهية التي يقطعها الجسم من نقطة الاصل الى الموقع الذي يشغله على خط الحركة ويرمز لها بالرمز (S) وتقاس (m)

* السرعة (V) Velocity :-
هي معدل تغير الازاحة بالنسبة الى الزمن ويرمز لها بالرمز (V) وتقاس (m/sec) او (Km/hr) وتحسب من القانون الاتي

$$V = \frac{ds}{dt}$$

* التعجيل (a) acceleration

هو معدل تغير السرعة بالنسبة الى الزمن ويرمز لها بالرمز (a) ويقاس بوحدة ($m/sec^2$) ويحسب من القانون التالي

$$a = \frac{dv}{dt}$$

* الزمن (t) time

ويقاس بوحدة (sec / hr / min)

← انواع الحركة

اولاً: الحركة الانتقالية: وتكون نوعين

أ. حركة انتقالية على خط مستقيم بتعجيل ثابت

ب. حركة انتقالية على خط منحني

ثانياً: الحركة الدورانية

ثالثاً: الحركة الاهتزازية

NAHAR

## اولاً: الحركة الانتقالية

(أ) الحركة الانتقالية على خط مستقيم وبتعجيل ثابت

Rectilinear motion with constant acceleration.

← القوانين الخاصة بهذا الموضوع

1- $V = V_o + at$ قانون خاص بالسرعة مع الزمن

2- $S = V_o t + \frac{1}{2} a t^2$ قانون خاص بالازاحة مع الزمن

3- $V^2 = V_o^2 + 2aS$ قانون خاص بالازاحة مع السرعة

حيث ان

$V$ = final velocity ـــــ m/sec سرعة نهائية

$V_o$ = initial velocity ـــــ m/sec سرعة الابتدائية

Exp.1 An Automobile (سيارة) accelerats (تتسرع) uniformly (بشكل منتظم) from rest to 88 m/sec. Find the acceleration and displacement during this time. (in 28 sec)

$V_o = 0$ ، $V = 88$ m/sec ، $t = 28$ sec

$a$ ، $S$ = ؟

$V = V_o + at$

$88 = 0 + 28a$

$88 = 28a$ ∴ $a = \frac{88}{28} = 3.14$ m/sec$^2$

$S = V_o t + \frac{1}{2} a t^2$

$S = 0 + \frac{1}{2} * 3.14 * 28^2 = 1230.8$ m

مكتب استنساخ المعهد التقني

Exp.2 A body moving with constant acceleration ($4\ m/sec^2$) from rest find
1- velocity after (10) sec
2- displacement during 10 sec
3- diplacement at (12 m/sec)

$a = 4\ m/sec^2$ , $V_o = 0$ , $t = 10$ sec

① $V = V_o + at$

$V = 0 + 4 * 10$

$V = 40\ m/sec$

② $S = V_o t + \frac{1}{2} a t^2$

$= 0 + \frac{1}{2} * 4 * 10^2$

$S = 200\ m$

③ $V^2 = V_o^2 + 2as$

$12^2 = 0 + 2 * 4 * S$

$144 = 8S$

$S = \frac{144}{8} = 18\ m$

NAJJAR

## Freely falling of bodies, or thrown up

الاجسام الساقطة سقوط حر او المقذوفة الى الاعلى

* القوانين الخاصة لهذا الموضوع :-

1- $V = V_0 + gt$
2- $S = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$
3- $V^2 = V_0^2 + 2gs$

} تعويض

حيث ان :

g : التعجيل الارضي $= 9.8\ m/sec^2$

S : height الارتفاع (m)

ملاحظة :-

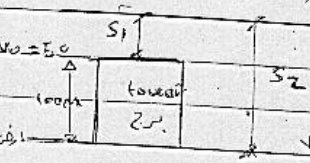
تكون أشارة التعجيل الارضي سالبة اذا كانت الحركة نحو الاعلى كما في حالة الاجسام المقذوفة الى الاعلى وتكون اشارة التعجيل موجبة اذا كانت الحركة نحو الاسفل اي بأتجاة الجاذبية كما في حالة الاجسام الساقطة سقوط حر .

NAHAR

Exp-7

A stone thrown up vertically into the air from a tower (100m) height, at the same instant that a second stone is thrown up ward from the ground, If the initial velocity of the first ston is (50 m/s) and the second stone is (75 m/s). when and where will the stone reach the same height from the ground

$S = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$




$S_1 = 50t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2$

$S_1 = 50t - 4.9t^2$ ----- ①

$S_2 = 75t - 4.9t^2$ ----- ②

$S_2 = S_1 + 100$ ----- ③

ملاحظة
نعوض معادلة رقم ① و ② بالمعادلة رقم ③

$75t - 4.9t^2 = 50t - 4.9t^2 + 100$

$2.5t = 100 \rightarrow t = \frac{100}{25} = 4$ sec ... نعوض في ①

$S_1 = 50(4) - 4.9(4)^2$

$S_1 = 200 - 78.4 = 121.6$ m

$S_2 = S_1 + 100$ ... نعوض المعادلة ② في ③

$S_2 = 121.6 + 100 = 221.6$ m

NAHAR

Exp.2

A stone thrown vertically from the ground with initial velocity (19.6 m/sec) find:

1- velocity after (1.5 sec)

2- the time spent reach maximum height

3- the maximum height $V_o = 19.6$ m/sec

① $V = V_o + gt$

$V = 19.6 - 9.8(1.5)$

$V = 19.6 - 14.7$

$V = 4.9$ m/sec

②

$V = V_o + gt$

$0 = 19.6 - 9.8t$

$9.8t = 19.6$

$t = \frac{19.6}{9.8} = 2$ sec

③ $V^2 = V_o^2 + 2gs$

$0 = (19.6)^2 - 2 * 9.8 S$

$0 = 384.16 - 19.6S$

$19.6S = 384.16$

$S = \frac{384.16}{19.6} = 19.6$ m

curvin Line are motion الحركة الانتقالية في خط منحني

في هذا النوع من الحركة تظهر مركبتان للتعجيل المركبة الأفقية للتعجيل (التعجيل المماسي) والمركبة العمودية (التعجيل العمودي) كما موضح في الشكل الآتي.

1- $at = \frac{dv}{dt}$

2- $an = \frac{v^2}{r}$

3- $a = \sqrt{at^2 + an^2}$

} منها

حيث (أن)

at: tangential acceleration تعجيل مماسي — $m/sec^2$

an: normal acceleration تعجيل عمودي — $m/sec^2$

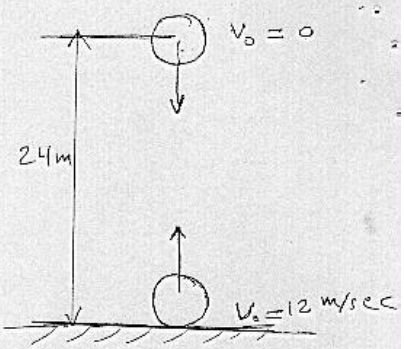
a: total acceleration تعجيل كلي — $m/sec$

V: velocity acceleration سرعة حركة الجسم — $m/sec$

r: radius of curvature نصف قطر المسار الدائري

NAJJAR

Exp3| A ball is dropped from the top of tower (24m) high, at the same instant a second ball is thrown upward from the ground with an initial velocity of 12 m/s when and where the pass with what relative velocity.




* for the falling ball:

$V_F = V_o + gt$

$V_F = 0 + 9.8t$ ——— (1)

$S = V_o t + \frac{1}{2} g t^2$

($S = h$ نعوض)

$h = 0 + \frac{1}{2} * 9.8 t^2$

$h = 4.9 t^2$ ——— (2)

* for the ball going up:

$V_{up} = V_o - gt$

$V_{up} = 12 - 9.8t$ ——— (3)

$S = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$

$24 - h = 12t - \frac{1}{2} \times 9.8 t^2$

$24 - 4.9t^2 = 12t - 4.9t^2$ نعوض h من (2)

$24 = 12t \rightarrow t = \frac{24}{12} = 2$ sec

$h = 4.9 t^2$ ——— (2) نعوض t

$h = 4.9 * 2^2 = 19.6$ m

$V_F = 9.8t$ ——— (1)

$V_F = 9.8 * 2 = 19.6$ m/s

$V_{up} = 12 - 9.8t$

Exp.7

Point A moves in a circular path of 4cm radius, so that its are distance from its initial position S is given by the relation $S = 6t^3 - 4t$ Find the Tangential and normal acceleration of the point for the instant when $t = 2$ sec also find the total acceleration $r = 4cm$

1- $S = 6t^3 - 4t$

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$v = 18t^2 - 4 \rightarrow at = 36t$

$at = 36 * 2 = 72 \ m/sec^2$

2- $an = \frac{v^2}{r}$

$v = 18t^2 - 4 \rightarrow v(2) = 18(2)^2 - 4 = 68 \ m/sec$

$an = \frac{68}{4} = 1156 \ m/sec^2$

3- $a = \sqrt{at^2 + an^2}$

$a = \sqrt{(72)^3 + (1156)^2}$

$a = 1158.29 \ m/sec^2$

NAJIAB

EXP-2

A partche moves an a circle path with relation $S = t^4 - 8t$ where S in meter, t in second - t wo second after starting from a rest the acceleration of the partcles ($48\sqrt{2}$ m/sec$^2$). compute the tang entiol and normal accelerating and the radius of the circle t = 2 sec, $a = 48\sqrt{2}$, an + at, r =

1- $S = t^4 - 8t$ معادلة الحركة

$$V = \frac{ds}{dt}$$

$$V = 4t^3 - 8$$

$$at = \frac{dv}{dt}$$

$$at = 12t^3$$

$$at = 12(2)^2 = 48 \text{ m/sec}^2$$

2- $a = \sqrt{at^2 + an^2}$

$$(48\sqrt{2})^2 = \left(\sqrt{48^2 + an^2}\right)^2$$ نربع لكي نحذف الجذر

$$48^2 * 2 = 48^2 + an^2$$

$$4608 = 2304 + an^2$$

NAHAR

$4608 - 2304 = an^2$

$2304 = an^2$

$an = \sqrt{2304}$

$an = 48 \ m/sec^2$

3- $an = \frac{V^2}{r}$

$V = 4t^3 - 8$

$V_2 = 4(2)^3 - 8 = 24 \ m/sec$

$an = \frac{V^2}{r}$

$\frac{48}{1} = \frac{24^2}{r}$

$48r = 576$

$r = \frac{576}{48} = 12 \ m$

مكتب
استاذ المعهد التقني
المراحل

NAHAR

Exp-3

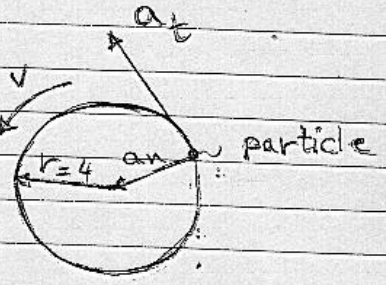
the normal acceleration of a particle anterim of pulley (4cm) in aradius is constant at 3600 m/sec$^2$, find the velocity of pulley.

$$an = \frac{v^2}{r}$$

$$v^2 = 4 \times 3600 = 14400$$

$$v = \sqrt{14400}$$

$$v = 120 \text{ m/sec}$$




NAHAR

# Rotation of motion — الحركة الدورانية

هي حركة الجسم اي فيها تتحرك الجزيئات في مسارات دائرية تقع مراكزها على خط مستقيم ثابت يسمى محور الدوران بحيث يكون هذه المسارات عمودية على محور الدوران.

* angular displacement (θ) — الازاحة الزاوية

هي المسافة الزاوية المسموحة بواسطة اي خط واقع ضمن الجسم وتقاس بوحدات اما الدورات (revolution (rev)) او الزاوية نصف قطرية (radian (rad)).

* angular velocity (w) — السرعة الزاوية

هي معدل تغير الإزاحة الزاوية بالنسبة الى الزمن وتقاس بوحدات (rad/sec) او rev/sec وتحسب من القانون التالي.

$$w = \frac{d\theta}{dt}$$

* angular acceleration (α) — التعجيل الزاوي

هو معدل تغير السرعة الزاوية بنسبة الى الزمن وتقاس بوحدات ($rad/sec^2$) او rev/sec² وتحسب من القانون الاتي.

$$\alpha = \frac{dw}{dt}$$

NAJJAR

## ملاحظة

ب لتحويل الازاحة الزاوية ($\theta$) من نظام الستيني اي نظام قياس بالدرجات الى النظام الدائري نطبق العلاقة

| | |
|---|---|
| $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ rad | ← نقطة |

ب لتحويل الازاحة الزاوية ($\theta$) من عدد الدورات (rev) الى النظام الدائري اي نظام الزاوية بالتقدير القطرية نطبق القانون التالي

| | |
|---|---|
| $rev = 2\pi$ rad | ← نقطة |

$\pi = 3.14$

جدول يبين القوانين الخاصة بالحركة الانتقالية او الخطية والحركة الدورانية والعلاقة بينهما

| الحركة الدورانية | العلاقة بينهما | الحركة الخطية |
|---|---|---|
| $\theta$ و $w$ و $w_0$ و $\alpha$ و $t$ | $S = r\theta$ | $S$ و $V$ و $V_0$ و $a$ و $t$ |
| $w = w_0 + \alpha t$ | $V = rw$ | 1 $V = V_0 + at$ |
| $\theta = w_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ | $at = r\alpha$ | 2 $S = V_0 t + \frac{1}{2}at^2$ |
| $w^2 = w_0^2 + 2\alpha\theta$ | $an = rw^2$ | 3 $V^2 = V_0^2 + 2as$ |

NAIIAR

EX/24/ During a wind, the blades of mill is given angular acceleration ($\alpha = 0.2\ \Theta$ rad/sec$^2$) if initial angular velocity ($w_0 = 5$ rad/sec) find the speed after (2 rev) and radius of curature is (2m) also find, the velocity, tangential and normal acceleration.

المعلوم :- $\alpha = 0.2\ \Theta$ , $w_0 = 5$ , $\Theta = 2$ rev , $r = 2$m

المطلوب :- w , v , at , an

$\Theta = 2$ rev $\longrightarrow$ rad

* rev $= 2\pi$ rad *

$\Theta = 2 * 2\pi = 4\pi$ rad

1- $w^2 = w_0^2 + 2\alpha\Theta$

$w^2 = 5^2 + 2 * (0.2 * 4\pi) * 4\pi$

$w^2 = 25 + 2 * (2.512) * 12.56$

$w^2 = 25 + 63.18$

$w^2 = 88.18$

$w = \sqrt{88.18} = 9.4$ rad/sec

2- $v = rw$

$v = 2 * 9.4 = 18.8$ m/sec

NAJAR

مكتب استنساخ المعهد التقني

3- $a_t = r\alpha$

$a_t = 2 * (2 * 4\pi)$

$a_t = 5.024 \ m/sec^2$

4- $a_n = r w^2$

$a_n = 2 * (9.4)^2$

$a_n = 176.36 \ m/sec^2$

Exp2/ A flywheel increases its angular velocity from $\pi$ rad/sec to $2\pi$ rad/sec in 10sec find its angular acceleration and the angular displacement.

1) $w = w_0 + \alpha t$

$2\pi = \pi + \alpha * 10$

$\alpha = \frac{\pi}{10} \ rad/sec^2$

2) $\theta = w_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$

$\theta = \pi * 10 + \frac{1}{2} * \frac{\pi}{10} * 10^2$

$\theta = 47.11 \ rad.$

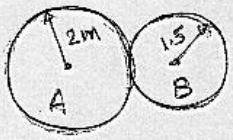
NAHAR

Exp3| disk A starts from rest and rotatest with $\alpha = 2\ rad/sec^2$, If disk A is in Contact with disk B and no slipping accurs. determine $\omega_B, \alpha_B$ after A rotates (10rev).

1 rev $= 2\pi$ rad

$\theta = 10 * 2\pi$

$\theta = 20 * 3.14 = 62.8$ rad




$\therefore a_A = a_B$

$a = r\alpha$

$\therefore r_A \alpha_A = r_B \alpha_B$

$2 * 2 = 1.5 * \alpha_B$

$\alpha_B = 2.7\ rad/sec^2$

بما ان القرص A بدأ حركة من السكون فان السرعة الزاوية الابتدائية صفر

$\omega_A^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_A \theta$

$\omega_A^2 = 0 + 2 * 2 * 62.8$

$\omega_A = 15.8\ m/sec$

بما انه لا يوجد انزلاق بين القرصين A, B

$\therefore V_A = V_B$

$V = r\omega$

$\therefore r_A \omega_A = r_B \omega_B$

$2 * 15.8 = 1.5 * \omega_B$

$\therefore \omega_B = \frac{2 \times 15.8}{1.5} = 21.06$ rad/sec

# Work, power, Energy

الشغل، القدرة، الطاقة

) Work (W) الشغل

Work = Force * displacement

$[W = F * S]$ N·m (Joul)

) power (P) القدرة

power = work / time

$P = w/t = \frac{F \cdot S}{t} = F \cdot V$

$[P = F \cdot V]$ watt or kwatt
or Horsepower (1H·P = 745 watt)

Energy (E) الطاقة

) potential Energy (P·E) الطاقة الكامنة

P·E = w × h الوزن × الارتفاع

P·E = m g . h (الكتلة × التعجيل × الارتفاع)

Kinetic Energy (K·E) الطاقة الحركية

$[K \cdot E = \frac{1}{2} m \cdot v^2]$ (نصف الكتلة × مربع السرعة)

## Work & Energy — العلاقة بين الشغل والطاقة

محصلة الشغل = التغير الحاصل في طاقة الحركة

Resultant work = change in K.E

$$\left[\Sigma x \cdot S = \frac{1}{2}\frac{W}{g}(v_2^2 - v_1^2)\right]$$

---

[P1] A machine gun bullet of mass 25 gm is fired with velocity of 400 m/sec. Find its Kinetic energy.

$$K.E = \frac{1}{2} m v^2$$

$$K.E = \frac{1}{2} * \frac{25}{1000} * 400^2$$

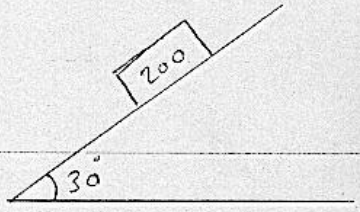
$$K.E = 2000 \ N \cdot m \ (Joul.)$$

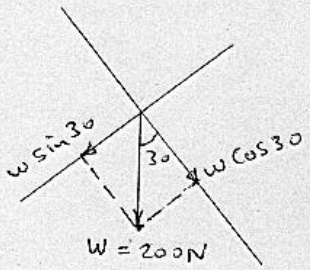
Exp2| calculate the work done in puling a block of 200Kg weight for a length of 10 m up.

$W = F * S$

$W = 200 * \sin 30 * 10$

$W = 1000 \text{ N.m (Joul)}$




Exp3| Atrain of 100 tons is pulled by an engine at constant speed of 45km/hr. The resistance due to friction is 10kg/ton. Find the horse power of the engine.

Resisting force $= 100 * 10 = 1000$ Kg

$P = F \cdot V$

$V = 45 \text{ Km/hr} = \frac{45 * 1000}{3600}$

$V = 12.5 \text{ m/sec}$

$P = 1000 * 12.5 = 12500 \text{ Kgm/sec}$

$1 \text{ HP} = 75 \text{ Kgm/sec}$

$\therefore P = \frac{12500}{75} = 167.7 \text{ HP}$

# Strength of material

* هو العلم الذي يختص بدراسة تأثير القوى الخارجية على الاجسام وتأثيراتها الداخلية على الجسم نفسه فان وجود اي قوى داخل الجسم يؤدي الى توليد اجهادات (stresses) وتشوهات (deformation) في المعدن المكون للجسم.

* تعريف الحمل (Load): هو القوة الخارجية المؤثرة على الجسم بصورة مفاجئة وتكون باشكال مختلفة اما شد او ضغط ... الخ.

## 1) Stresses الاجهادات

هي مقدار القوة الداخلية المتولدة بين جزيئات المادة نتيجة تأثير قوى خارجية عليها ويساوي حاصل قسمة الحمل المسلط على وحدة مساحة المقطع.

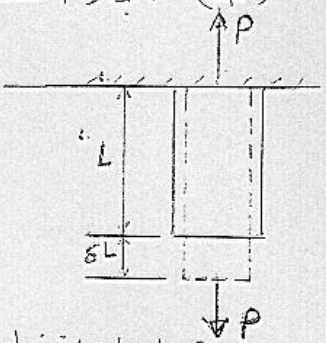
$$\text{stress} = \frac{\text{Applied Load}}{\text{cross-section area}} = \frac{\text{الحمل المسلط}}{\text{مساحة المقطع}}$$

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad \left(\frac{N}{m^2}\right)$$

## Types of stresses انواع الاجهادات

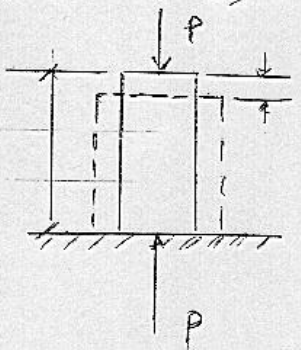
1) tensile stress ($\sigma_t$) اجهاد الشد (+)

$$\sigma_t = \frac{P}{A}$$



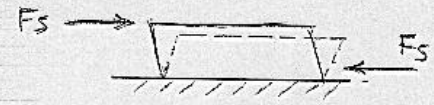

2) Compressive stress ($\sigma_c$) اجهاد الضغط (−)

$$\sigma_c = \frac{P}{A}$$



3) shear stress ($\tau$) اجهاد القص

$$\tau = \frac{F_s}{A_s}$$




shearing stress = shearing force / area to be shear
اجهاد القص = قوة القص / المساحة المعرضة للقص

2) Deformation التشوهات

هو التغير الذي يحدث في شكل وابعاد الجسم بسبب تأثير قوى خارجية عليه
والتشوه يكون على نوعين :-
1- تشوه مرن (مؤقت)
2- تشوه لدن (دائمي)

## Strain الانفعال

هو مقياس التشوه الحاصل في المواد نتيجة تأثير الاحمال المسلطة عليها ويرمز له ($\epsilon$) وهو عبارة عن حاصل قسمة مقدار التغير الحاصل في الطول او البعد الاصلي

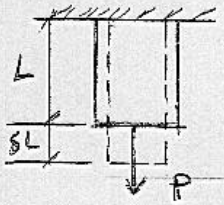
$$\text{Strain } \epsilon = \frac{\text{الزيادة في الطول}}{\text{الطول الاصلي}}$$

$$\epsilon = \frac{\delta}{L}$$ unitless بدون وحدة

## Types of Strain انواع الانفعالات

1) tensile strain ($\epsilon_t$) انفعال شد

هو زيادة في الطول نتيجة حساب المساحة .



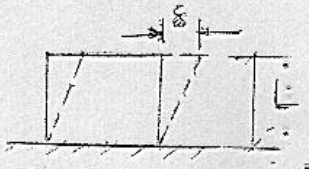

2) Compressive strain ($\epsilon_c$) انفعال ضغط

هو نقص في الطول وزيادة في المساحة .

3) shear strain ($\epsilon_s$) انفعال قص

هو التغير الزاوي الحاصل في الاوجه المتقاومة

$$\epsilon_s = \frac{\delta}{L} = \tan\phi$$

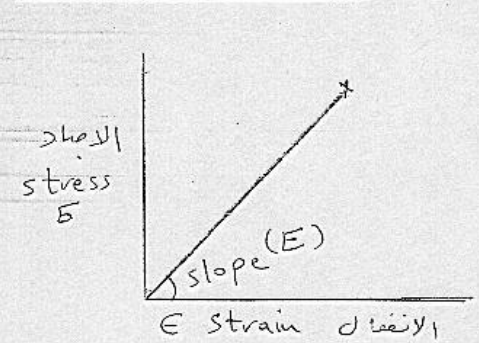


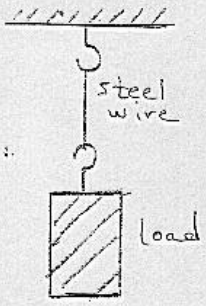

4) Volumetric strain ($\epsilon_v$) انفعال الحجم

$$\epsilon_v = \frac{\text{التغير الحاصل في الحجم}}{\text{الحجم الاصلي}}$$

$$\epsilon_v = \frac{\delta v}{v}$$

## Hook's Law قانون هوك




$$\text{slope} = \text{الميل} = E = \frac{\text{stress}}{\text{strain}} = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$\boxed{\sigma = E\epsilon}$$

$E$ = ثابت التناسب حيث ان

او (Modulus of elasticity) معامل المرونة

او (Young's Modulus)

$\therefore \sigma = \frac{P}{A}$ , $\varepsilon = \frac{\delta}{L}$

$\sigma = E\varepsilon$

$\frac{P}{A} = E \cdot \frac{\delta}{L} \Longrightarrow \boxed{\delta = \frac{P \cdot L}{A \cdot E}}$

حيث $\delta$ : Elongation الاستطالة

اما في حالة القص shearing فان القانون يصبح

$$\boxed{\delta_s = \frac{F_s \cdot L}{A_s \cdot G}}$$

G : Modulus of rigidity معامل الصلابة

$A_s$ مساحة القص ، L الطول ، $F_s$ : قوة القص

* Elasticity (E) المرونة

هي قدرة المعدن على التشكل بانتظام عند تعرضه لاجهاد معين وعودته الى حالته الطبيعية عند زوال الاجهاد .

* plasticity اللدونة

قابلية المعدن على التشكل بانتظام عند تعرضه لاجهاد معين وعدم عودته الى شكله الاصلي عند زوال الاجهاد .

---

ملاحظات مهمة :-

1 pascal (1pa) = 1 $N/m^2$

Mpascal (MPa) = $10^6$ pa = $10^6$ $N/m^2$

1 GN = $10^9$ N

1 MN = $10^6$ N

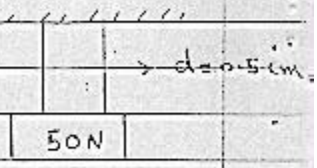
1KN = $10^3$ N

$m = 10^2$ cm $= 10^3$ mm

$m^2 = 10^4$ $cm^2$ $= 10^6$ $mm^2$

**Exp.1** find the stress in the cable shown in fig.

قطر السلك دائري $d = 0.5$ cm

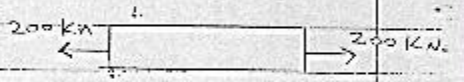



$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$A = \pi r^2 = \pi * (0.25)^2 = 0.196 \text{ cm}^2$$

$$\sigma = \frac{500}{0.196} = 25477 \text{ N/cm}^2$$

**Exp.2** Find the cross-sectional area of a shaft shown in fig. if the allowable tensile stress in the shaft is 25 Kn/m²




$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$25 = \frac{200}{A}$$

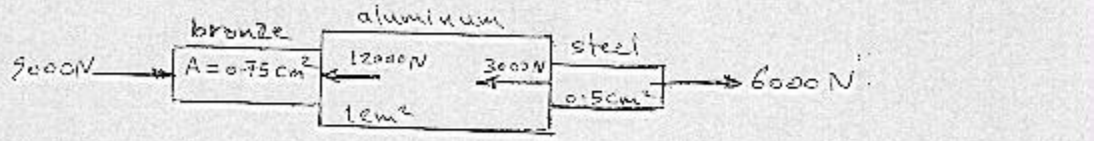
$$25A = 200$$

$$A = \frac{200}{25}$$

$$A = 8 \text{ m}^2$$

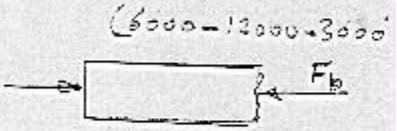
مكتب استنساخ الدقهلية التقني
المعدل

Xp3] An aluminium tube is rigidly fastend between abronze rod and a steel rod as shown in fig. Axial loads are applied at the position indicated. Find the stress in each material.



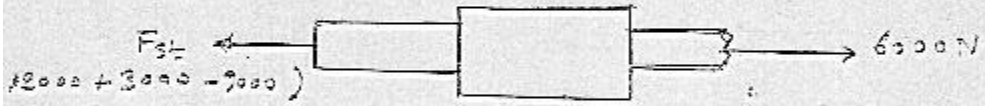

) bronze rod (compressive stress)

$$\sigma_{br} = \frac{F_b}{A} = \frac{-9000}{0.75} = -12000\ N/cm^2$$



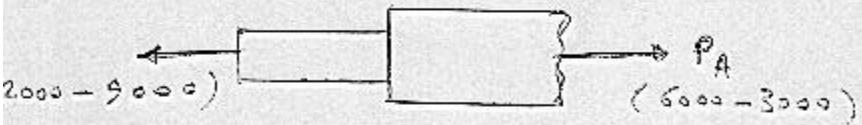

) steel rod (tensile stress)

$$\sigma_{st} = \frac{F_{st}}{A} = \frac{6000}{0.5} = 12000\ N/cm^2$$

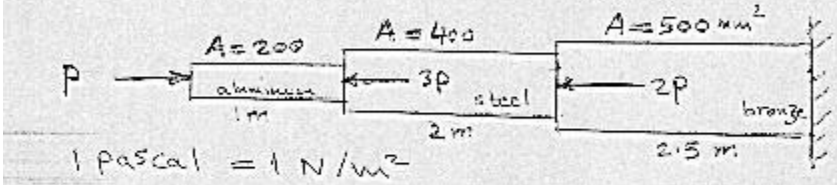



aluminium tube (tensile stress)

$$\sigma_a = \frac{F_a}{A} = \frac{3000}{1} = 3000\ N/cm^2$$



Exp4| A steel tube is rigidly attached between an aluminum rod and abronze rod as shown in fig. Axial loads are applied at the position indicated. Find the maximum value of (P) that will not exceed stress in aluminum of (80 Mpa), in steel of (150 Mpa) and in bronze of (100 Mpa).

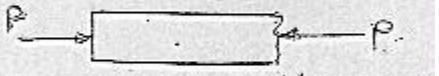



1 pascal = 1 N/m²

1 Mega pascal (Mpa) = $10^6$ pa = $10^6$ N/m²

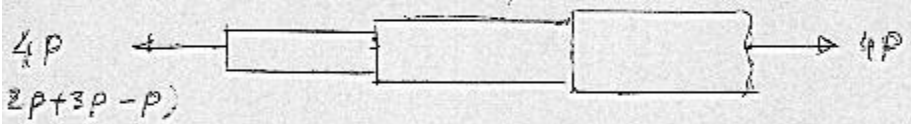
1) $\sigma_A = \frac{P}{A}$

$80 \times 10^6 = \frac{P}{200 \times 10^{-6}} \longrightarrow P = 16000\ N$



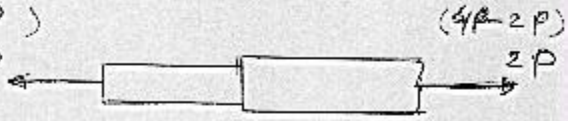

2) $\sigma_b = \frac{4P}{500 \times 10^{-6}} = 100 \times 10^6$

$4P = 50000 \longrightarrow P = \frac{50000}{4} = 12500\ N$




3) $\sigma_S = \frac{2P}{A}$

$150 \times 10^6 = \frac{2P}{400 \times 10^{-6}}$




$2P = 60000$

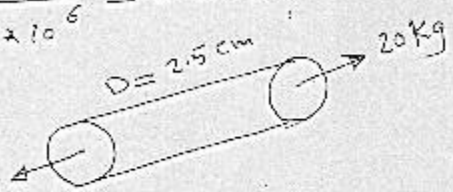
$P = \frac{60000}{2} = 30000\ N$

$P = 12500\ N$ (Maximum value)

Exp1/ A circular bar of diameter (2.5 cm) is subjected to an axial with a young's modulus $E = 2*10^6$ Kg/cm$^2$, Estimate the percentage elongation.

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{2.0}{\pi r^2} = \frac{20}{\pi*(1.25)^2} = 4.07 \text{ Kg/cm}^2$$

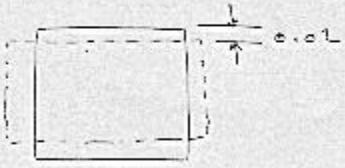
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{4.07}{2*10^6} = 2.035*10^{-6}$$

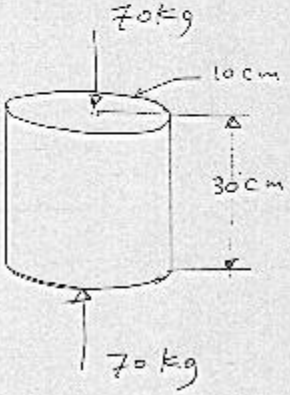



Exp2/ A cylindrical block of concrete its diameter is (10 cm) and (30 cm) long is subjected to compressive force equal (70 kg). Estimate the average compressive stress and strain. If the contraction (0.02 cm)

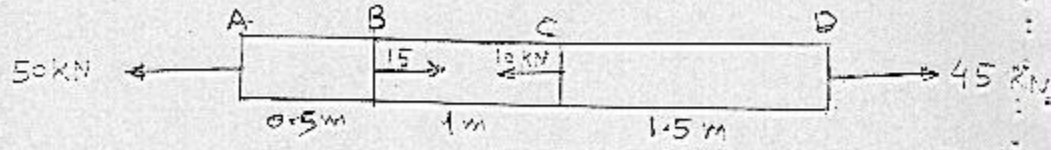
$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{70}{\pi*5^2} = 0.89 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\epsilon = \frac{\delta L}{L} = \frac{0.02}{30} = 6.66*10^{-4}$$

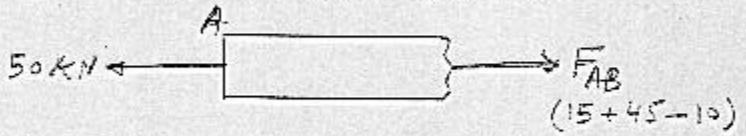


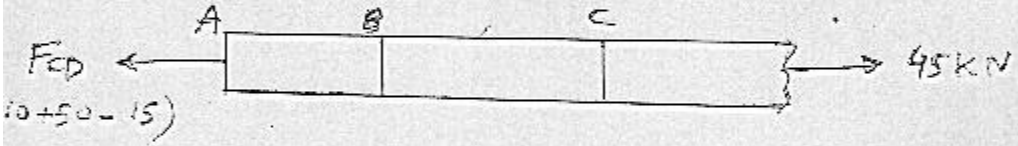
Ex#1 A steel bar is subjected to the indicated loads. Calculate the total elongation of this bar, if the cross-sectional area is 500 $mm^2$, modulus of elasticity $E = 200 * 10^9\ N/m^2$



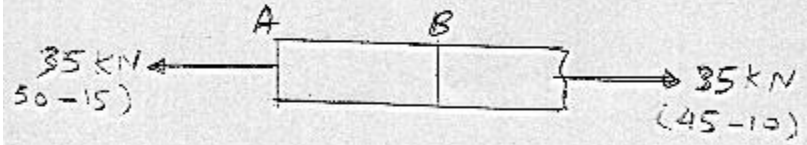

1) $\delta_{AB} = \frac{FL}{AE} = \frac{50 \times 10^3 * 0.5}{500 * 10^{-6} * 200 * 10^9} = 0.25 * 10^{-3}\ m$




2) $\delta_{CD} = \frac{45 * 10^3 * 1.5}{500 * 10^{-6} * 200 * 10^9} = 0.675 * 10^{-3}\ m$




3) $\delta_{BC} = \frac{35 * 10^3 * 1}{500 * 10^{-6} * 200 * 10^9} = 0.35 * 10^{-3}\ m$

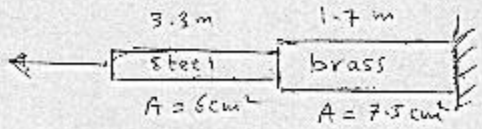



$\delta = \delta_{AB} + \delta_{BC} + \delta_{CD}$

$\delta = (0.25 + 0.675 + 0.35) * 10^{-3}$

$\delta = 1.275 * 10^{-3}\ m$

Ex(8) The total elongation in the bar shown in fig. is 0.12 cm, if the young's modulus for steel bar $E_s = 21 * 10^5$ kg/cm², for brass bar $E_b = 8.4 * 10^5$ Kg/cm² Find the value of (W).




$$\delta = \frac{P \cdot L}{A \cdot E}$$

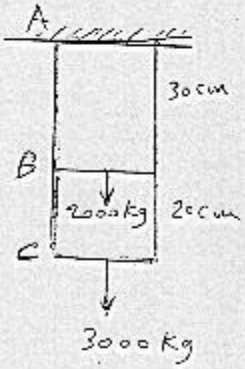
$$0.12 = \frac{W * 3.3 * 100}{6 * 21 * 10^5} + \frac{W * 1.7 * 100}{7.5 * 8.4 * 10^5}$$

$$0.12 = \frac{330\,W}{126 * 10^5} + \frac{170\,W}{63 \times 10^5}$$

$$0.12 = (2.61 \times 10^{-5} + 0.69 * 10^{-5})\,W$$

$$W = \frac{0.12 * 10^5}{5.3} = 2264 \text{ Kg}$$

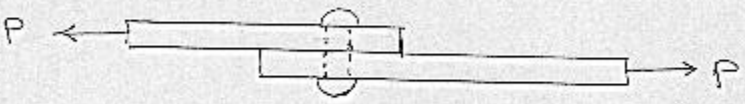
Ex(9) A square bar of (2cm) side and (50cm) length is loaded as in fig. Find the total elongation of the bar. Take $E = 2 * 10^6$ kg/cm².



Exp 10] If the force (P) acts as shown in fig is 50 and the diameter of rivet is (20 mm), Find shear stress in rivet.

$$\tau = \frac{P}{A} = \frac{50 * 10^3}{10^2 * 10^6 * \pi}$$

$$\tau = 15.92 * 10^7 \ N/m^2$$




Exp 11] Determine the diameter of rivet shown in fig. necessary to resist the force of 70 KN If the dil allowable shearing shearing stress in the bolt 35 KN/cm²

$$\tau = \frac{P}{A}$$

$$35 = \frac{70}{A}$$

$$A = \frac{70}{35} = 2 \ cm^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} d^2$$

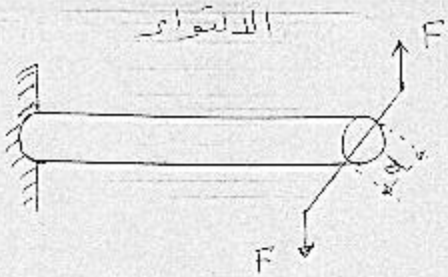
$$2 = \frac{\pi}{4} d^2$$

$$d^2 = \frac{8}{\pi} = 2.54$$

$$d = 1.6 \ cm$$

# Torision

الالتواء

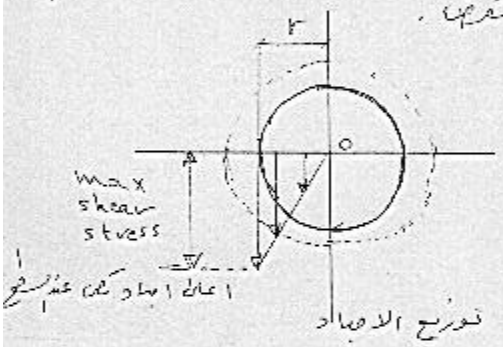


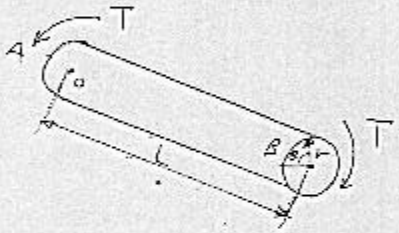

$$T = F \cdot d$$

عند تسليط عزم حاول الشفة المثبت قدره ($T = F \cdot d$) يؤثر في مستوى محوري حاول محور الشفة فان هذا الشفة تكون في حالة التواء

ان تاثير الحمل الالتوائي يؤدي الى :-

1) حدوث ازاحة زاوية للمقطع المتعرض لاصل المؤثر بالنسبة للمقاومة الاخرى
2) حدوث اجهادات قص في المقطع المتعرض .




If torque is applied at the ends of the shaft. The shaft will twist through the angle $\theta$.

$$\theta = \frac{T \cdot L}{G \cdot J}$$

$\theta$ : Twisting angle (1rad = 57°) زاوية الالتواء وتقاس radium

T : Torque العزم ⟶ N·m or Kg·cm

L : length الطول ⟶ m , cm , mm

G : Modulus of rigidity معامل مرونة القص ⟶ $N/m^2$ , $Kg/cm^2$

J : polar moment of inirtia عزم القصور القطبي الثاني $cm^4$ و $m^4$

$$J = \frac{\pi}{32} d^4 \quad \text{for solid shaft}$$

$$J = \frac{\pi}{32} d_o^4 - d_i^4 \quad \text{for hollow shaft .}$$

Shear stress = $\tau$ اجهاد القص

$$\left\{ \tau_{max} = \frac{T \cdot r}{J} \right\}$$

Shafts are used to transmit power (P) قدرة نقل

$$\{ P = T \cdot w \}$$

T : torque العزم

w : angular velocity السرعة الزاوية rad/sec

$$\{ \omega = 2\pi N \}$$

N = revolution per second دورة لكل ثانية
(r.p.m) (r.p.s)

Exp11 A solid shaft in rolling will transmits 20 kw at 2 r.p.s. Determine the diameter of the shaft if the shearing stress is not to exceed $40\ MN/m^2$ and the angle of twist is limited to ($6^\circ$) in a length of (3m), use $G = 83\ GN/m^2$.

Exp4 Determine the maximum horspower of a solid steel shaft (2.25 cm) diameter, Contrains at 250 r.p.m. If the working stress in shear equall 40 kg/cm².

for solid shaft $J = \frac{\pi}{32} d^4$

$$\tau = \frac{T \cdot r}{J} \longrightarrow T = \frac{\tau \cdot J}{r}$$

$$T = \frac{40 \times \frac{\pi}{32} * \left(\frac{2.25}{2}\right)^4}{2.25/2}$$

$T =$

$P = T \cdot \omega$

Exp3] Find the maximum shearing stress in a (4cm) diameter solid shaft carrying a torque of (30,000 kg.cm)

$$\frac{T}{J} = \frac{\tau}{r}$$

$$6.5 * 10^{-4} (70 - 0) = \frac{5}{30 * 10^6}$$

$$455 * 30 = 5$$

Exp4 Determine the maximum horspower of a solid steel shaft (2.25 cm) diameter, Contraum at 250 r.p.m. If the working stress in shear equall 40 kg/cm².

for solid shaft $J = \frac{\pi}{32} d^4$

$$\tau = \frac{T \cdot r}{J} \longrightarrow T = \frac{\tau \cdot J}{r}$$

$$T = \frac{40 * \frac{\pi}{32} * \left(\frac{2.25}{2}\right)^4}{2.25/2}$$

$T =$

$P = T \cdot \omega$

$P = 2\pi N \cdot T$

$P = 2 * \pi \cdot (250/60) *$

Exp3 Find the maximum shearing stress in a (4cm) dia. Solid shaft carrying a torque of (30,000 kg.cm) what is the angle of twist per unit length, if the material is steel for which $G = 8 * 10^6$ kg/cm².

$$\tau = \frac{T \cdot r}{J} = \frac{30{,}000 * \left(\frac{4}{2}\right)}{\pi/32 * (4)^4} = \quad \text{Kg/cm}^2$$

$$\theta = \frac{T \cdot L}{G \cdot J} \Longrightarrow \frac{\theta}{L} = \frac{T}{G \cdot J}$$

$$\frac{\theta}{L} = \frac{30000}{8 * 10^6 \left(\frac{\pi}{32} * 4^4\right)}$$

$=$ rad/cm

# Thermal Stress

الانفعالات الحرارية

If the body is allowed to expand or contract freely, with the rise or fall of the temperature, if the deformation of the body is prevent, some stresses are induced in the body called thermal stresses.

$$\delta t_1 = \alpha L(\Delta T)$$

here :

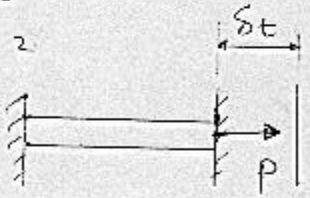
$\delta t_1$ = Deformation (m.m)
$L$ = original length (m.m)
$\Delta T$ = Temperature difference (degree)
$\alpha$ = Coefficient of linear expansion mm/degree

Exp1 A steel rod 100 cm long is secured between two walls, the load on the rod is zero at 70 F°. Compute the stress when temperature drops to 0 F°.

Assume, The cross-section area of rod = 2 $cm^2$

$\alpha = 6.5 * 10^{-6}$ Cm/F°

$E = 30 * 10^{+6}$ N/$cm^2$




$$\delta t = \delta$$

$$\alpha L \Delta T = \frac{FL}{AE}$$

$$\alpha \Delta T = \frac{F}{E}$$

$$6.5 * 10^{-6} (70 - 0) = \frac{F}{30 * 10^{+6}}$$

$$455 * 30 = F$$

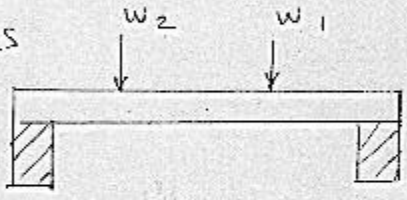
قوة القص وعزم الانحناء

## eams : الاعتاب

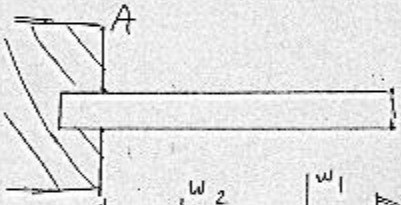
t is abar carrying external force that one inclined o its axis (usually at right angle to the axis). These beams re generally supported on walls, columns.

## Type of beams انواع الاعتاب

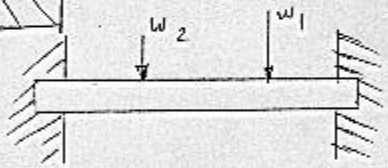
Simply supported beams



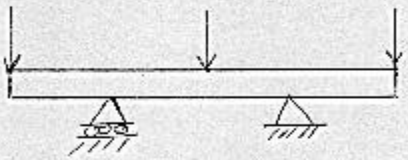

Cantilever beam



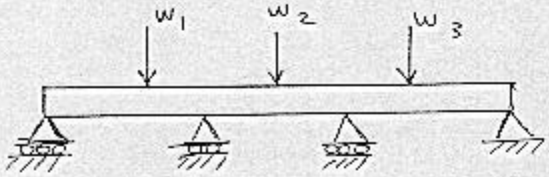

Fixed beams الاعتاب المثبتة




over hanging beam
الاعتاب المتدلية

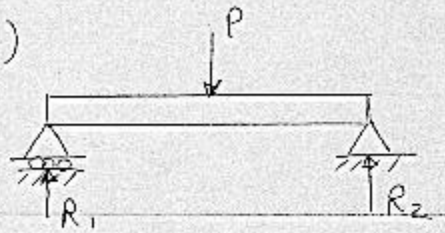


Continuous beams.
الاعتاب المستمرة

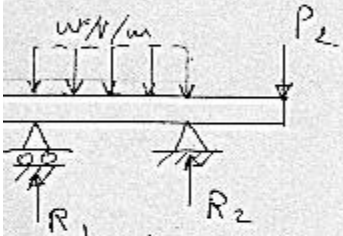


# Types of Loadings — انواع الاحمال

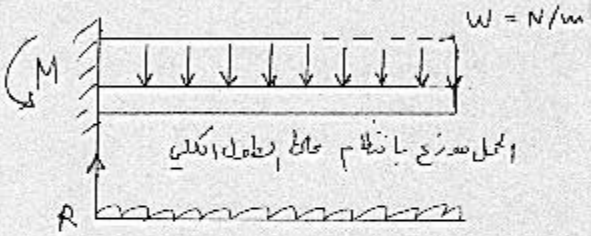
## Point load (concentrated load)




## Uniform distributed loads (U.d.L)



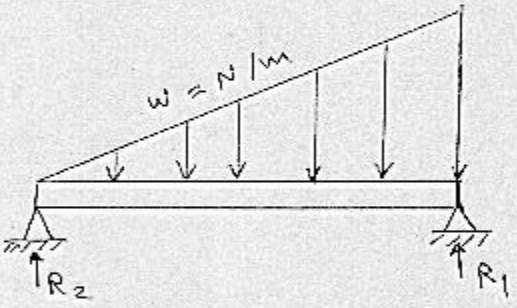

الحمل موزع بانتظام طول المجاز




الحمل موزع بانتظام طول المجاز الكلي

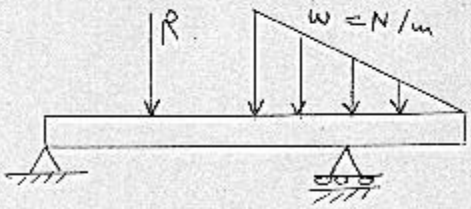
## Uniform varying load

الحمل المتغير بانتظام




## Combined Loads

الاحمال المشتركة

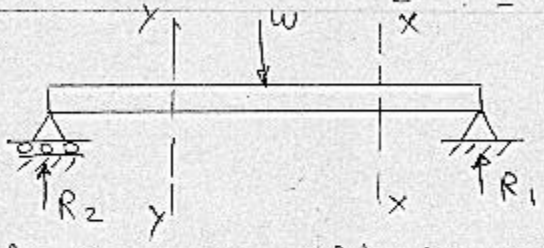


## Shearing force (S.F) قوة القص

### earing force diagrams (S.F.D) الرسم البياني لقوة القص

يمثل توزيع قوة القص على طول العتبة وقوى القص عند اي قطع تمثل مجموع القوى المؤثرة على احد جهتي القطع

$W = R_1 + R_2$




على يمين القطع (XX) القوة المؤثرة (المحصلة) = $R_1 \uparrow$ وتمثل S.F

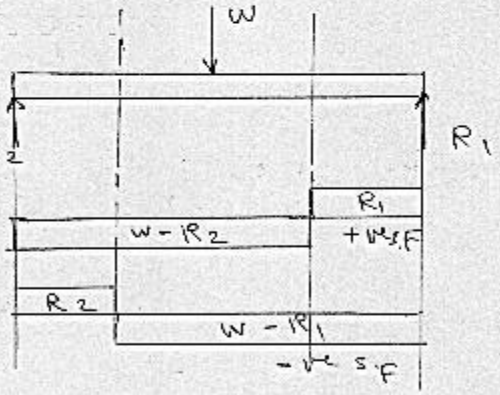
على يسار = = = = $S.F = \downarrow W - R_2$

$R_1$ وتساوي

على يمين القطع (Y-Y) (المحصلة) = $S.F = W - R_1 = \downarrow R_2$

على يسار = = $S.F = R_2 \uparrow$

اي ان المحصلة للقوى المؤثرة على العتبة كلها تساوي صفر (حالة اتزان)




القطع XX اليمين لا يوجد عليه

القطع YY اليمين فقط لا يعمل

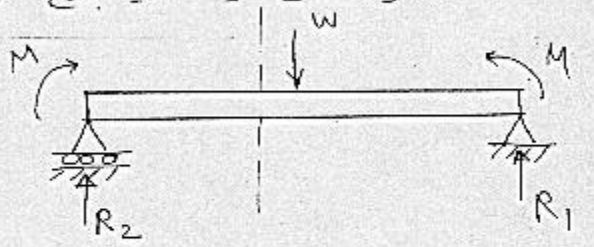
## ending Moment (B.M) عزم الانحناء

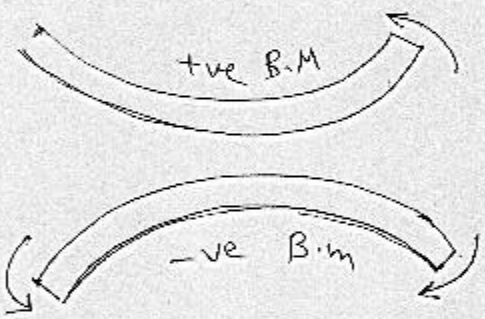
### nding moment diagram (B.M.D)

الرسم البياني لعزم الانحناء

يبين توزيع عزم الانحناء على طول العتبة

عزم الانحناء عند اية مقطع ما في عتبة عزم القوى المؤثرة على جهة




* العزم على يسار المقطع = M العقدة * البعد المحدود بين ا
والمقطع ويكون باتجاه عقرب الساعة .

* العزم على يمين المقطع = M ويجب ان يكون باتجاه معاكس
الساعة تكون العتبة في حالة اتزان .

طريقة الرسم البياني لقوة القص وعزم الانحناء :-

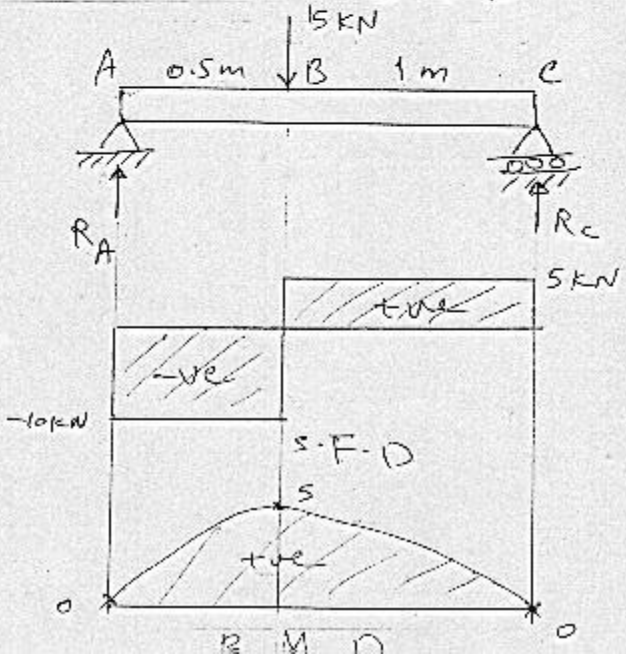
١) نبدأ من الجهة اليمنى للعتبة ونأخذ مقطع
٢) اذا كانت القوة المؤثرة على يمين المقطع للاعلى تكون موجبة
٣) اذا كانت القوة المؤثرة على يمين المقطع للاسفل تكون سالبة
٤) العزم على يمين المقطع باتجاه معاكس لعقرب الساعة تكون موجبة
٥) العزم على يمين المقطع باتجاه عقرب الساعة يكون سالباً

## الحسابات :-

١) يتم تحديد الجزء الايمن او الايسر من العتبة بالنسبة للمقطع
٢) يتم ايجاد مجموع القوى المؤثرة من ضمنها ردود الفعل للمقطع المختار
٣) مجموع القوى لاي جهة بالنسبة للمقطع تمثل قوة القص .

( وبنفس الطريقة يتم تحديد عزم الانحناء )

Ex1/ Draw S.F.D & B.M.D



حساب ردود الفعل $(R_A, R_C)$

$\sum M_A = R_C * 1.5 - 15 * 0.5 = 0$

$R_C = 5\ KN$

$\sum F_Y = 0$

$+ R_A = 15 \longrightarrow R_A = 10\ KN$

S.F.D

$S.F_{(C \to B)} = 5\ KN$ +ve ↑

$S.F_{B \to A} = 5 - 15 = -10$ -ve ↓

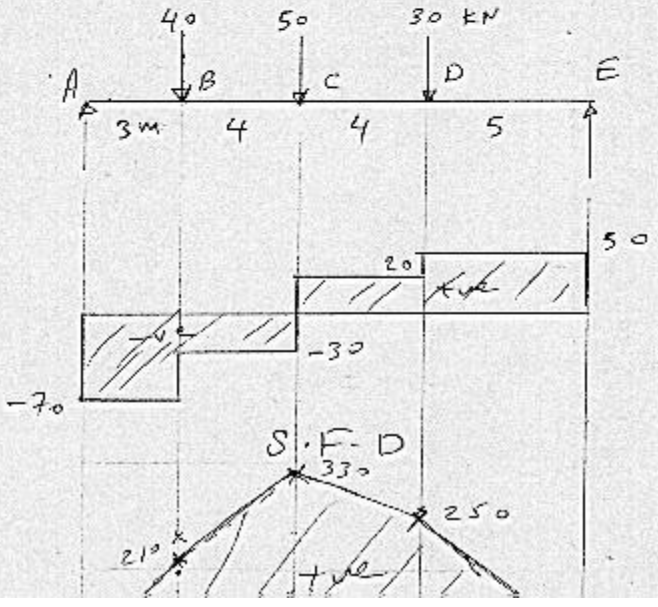
B.M.D

$\sum M_C = 0$

$\sum M_B = 5 * 1 = 5\ KN.m$ ↶

$\sum M_A = 5 \times 1.5 - 15 \times 0.5 = 7.5 - 7.5 = 0$

Q 2| Draw S.F.D & B.M.D



$\sum M_A = R_E \times 16 - 30 \times 11 - 50 \times 7 - 40 \times 3 = 0$

$R_E = 50\ kN$

$\sum y = 0$

$50 + R_A = 40 + 50 + 30$

$R_A = 70\ kN$

F.D

F(E→D) = $R_E$ = 50 ↑ +ve

F(D→C) = 50 − 30 = 20 ↑ +ve

F(C→B) = 50 − 80 = −30 ↓ −ve

F(B→A) = 50 − 30 − 50 − 40 = −70 ↓ −ve

S.M.D

$M_E = 0$

$M_D = R_E \times 5 = 50 \times 5 = 250$ +ve ↺ kN·m

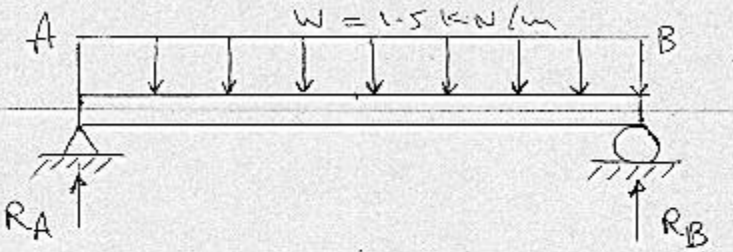
$M_C = 50 \times 9 - 30 \times 4 = 330$ +ve ↺

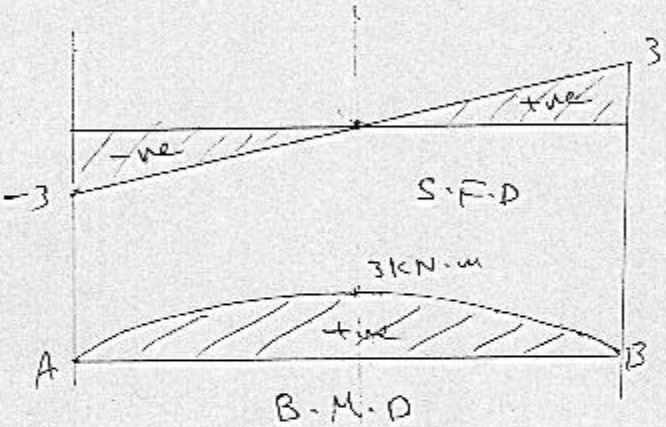
$M_B = 50 \times 13 - 30 \times 8 - 50 \times 4 = 210$ +ve ↺

$M_A = 50 \times 16 - 30 \times 11 - 50 \times 7 - 40 \times 3 = 0$

## imply Supported beam with (U.d.L)

raw S.F.D & B.M.D




$A = R_B \times 4 - 1.5 \times 4 \times 2 = 0$

$B = 3KN$

$\Sigma Y = 0$

$-1.5 \times 4 + R_A = 0 \longrightarrow R_A = 3KN$

.D

(XX) section

$F = R_B - 1.5X \longrightarrow 3 - 1.5X$

$F_{x=0} = 3 - 1.5(0) = 3KN$ +ve

$F_{x=2} = 3 - 1.5(2) = 0$

## M.D

t-x-x section

$$M = R_B \cdot X - W_x \cdot \frac{X}{2}$$

$$= 3X - 1.5 \cdot \frac{X^2}{2}$$

$$M_{x=0} = 0$$

$$M_{x=1} = 3(1) - 1.5\left(\frac{1^2}{2}\right) = 2.25 \text{ KN/m}$$

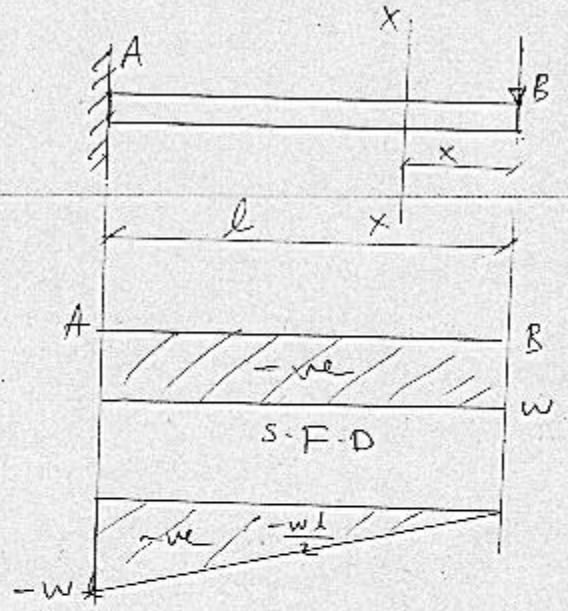
$$M_{x=2} = 3(2) - 1.5\left(\frac{2^2}{2}\right) = 3 \text{ KN/m}$$

$$M_{x=3} = 3(3) - 1.5\left(\frac{9}{2}\right) = 2.25 \text{ KN/m}$$

$$M_{x=4} = 3(4) - 1.5\left(\frac{16}{2}\right) = 0$$

ntilever with a point load

ple 1




B.M.D

الحل بدون إيجاد ردود الفعل

F.D

XX S.F = w ↓ -ve

is constant from B to A = w ↓ -ve

M.D

$M_{at\ XX} = -wx$

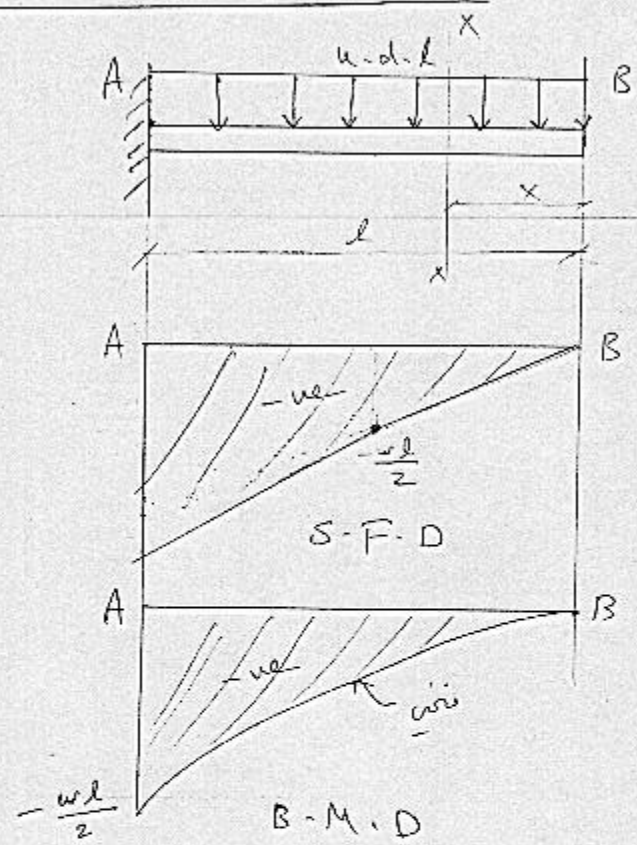
$M_B = 0$

$M_A = -wl$

$M_{l/2} = -w\frac{l}{2} = -\frac{wl}{2}\downarrow$

## Cantilever with (u.d.l)

Exp:1




S.F.D

- $F_{at\ xx} = wx \downarrow$
- $F_B = 0$
- $F_A = -wl \downarrow$
- $F_{l/2} = -\frac{wl}{2} \downarrow$

M.D

$M_{\text{at } xx} = w_x \cdot \frac{x}{2} = \frac{wx^2}{2}$ -ve

$M_{\text{at } B} = 0$

$M_{\text{at } (x=\frac{l}{4})} = -\frac{w(\frac{l}{4})^2}{2} = -\frac{wl^2}{32}$ -ve

$M_{\text{at } (x=\frac{l}{2})} = -\frac{w(\frac{l}{2})^2}{2} = -\frac{wl^2}{8}$

$M_{\text{at } x=\frac{3l}{4}} = -\frac{w(\frac{3l}{4})^2}{2} = \frac{-9wl^2}{32}$

$M_{\text{at } x=l} (A) = -\frac{wl^2}{2}$