وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الشمالية
المعهد التقني كركوك

الحقيبة التعليمية

القسم العلمي: تقنيات الميكانيكية / الانتاج

اسم المقرر: الرياضيات

المرحلة / المستوى: الاولى/ الاول

الفصل الدراسي: الاول

السنة الدراسية: 2025/2024

معلومات عامة

اسم المقرر:	الرياضيات				
القسم:	تقنيات الميكانيكية / الانتاج				
المعهد:	التقني كركوك				
المرحلة / المستوى	الاولى / الاول				
الفصل الدراسي:	الاول				
عدد الساعات الاسبوعية:	نظري	2	عملي	لا يوجد	
عدد الوحدات الدراسية:					
الرمز:					
نوع المادة	نظري	نظري	عملي		كلهما
هل يتوفر نظير للمقرر في الاقسام الاخرى					
اسم المقرر النظير					
القسم					
رمز المقرر النظير					
معلومات تدريسي المادة					
اسم مدرس (مدرسي) المقرر:	احمد سالار جلال امين				
اللقب العلمي:	مدرس				
سنة الحصول على اللقب	2023				
الشهادة :	دكتوراه				
سنة الحصول على الشهادة	2023				
عدد سنوات الخبرة (تدريس)	10				

الوصف العام للمقرر

يتطرق محاضرات الى مواضيع اساسية في علم الرياضيات بدءا من المصفوفات و عمليات الحسابية لها ومشتقات لدوال مختلفة وكذلك تكاملات.

الاهداف العامة

حدد الأهداف الرئيسية للمقرر: ماذا يجب أن يتعلم الطلاب ويحققوا بنهاية المقرر؟ استخدم عبارات مثل "سيتعلم الطلاب" أو "سيتمكن الطلاب من". (ارجو الاطلاع على الدليل المرفق)

- معرفة المصفوفات و انواعها و عمليات الحسابية لها.
- معرفة المشتقات لدوال الرياضية المختلفة
- معرفة التكاملات لدوال الرياضية المختلفة

الأهداف الخاصة

- يتعلم طالب استخدام المصفوفات في حل نظام من معادلات الخطية.
- استخدام المشتقات و التكاملات في حل مسائل هندسية.

الأهداف السلوكية او نواتج التعلم

- يميز الطالب بين انواع المصفوفات.
- معرفة المشتقة لكل دالة من دوال الرياضية
- معرفة التكامل لكل دالة من دوال الرياضية

المتطلبات السابقة

- يكون للطالب معرفة بأساسيات علم الرياضيات.

الأهداف السلوكية او مخرجات التعليم الأساسية		
ت	تفصيل الهدف السلوكي او مخرج التعليم	آلية التقييم
1	اكتساب المعلومات الرياضية عن المصفوفات و المشتقات و التكاملات	اسئلة شفهية وامتحانات يومية و واجبات

أساليب التدريس (حدد مجموعة متنوعة من أساليب التدريس لتناسب احتياجات الطلاب ومحتوى المقرر)

الاسلوب او الطريقة	مبررات الاختيار
1.طريقة المحاضرة	تفيد في طرح المقدمة لموضوع رياضي يراد تدريسه وفي نهاية الدرس نعمل ملخص لما تم تدريسه
2. طريقة الاكتشاف	ينمي عند الطالب مهارات التفكير العلمي
3. طريقة المناقشة	تساهم هذه الطريقة على إظهار الدور الايجابي للمتعلم، وعدم اقتصاره على التلقي، بل تجعل منه مساهما في عملية التعليم

الفصل الاول من المحتوى العلمي							
عنوان الفصل	الوقت						
التوزيع الزمني	النظري	العملي	العنوان الفرعي		طريقة التدريس	التقنيات	طرق القياس
الأسبوع الأول	2	-	مقدمة عن المقرر، أهداف التعلم، محتوى المقرر		محاضرة	شرح، أسئلة وأجوبة، مناقشة	امتحانات اليومية و الفصلية و الواجبات
الأسبوع الأول	2	-		العناوين الفرعية	محاضرة	شرح، أسئلة وأجوبة، مناقشة	=
		-		انواع المصفوفات	محاضرة	شرح، أسئلة وأجوبة، مناقشة	=
الأسبوع الثاني	2	-	المصفوفات	محدد المصفوفة	محاضرة	شرح، أسئلة وأجوبة، مناقشة	=
	2	-		عملية الجمع	محاضرة	شرح، أسئلة وأجوبة، مناقشة	=
	2	-		عملية الطرح	محاضرة	شرح، أسئلة وأجوبة، مناقشة	=
الاسبوع				تعريف المشتقة	محاضرة	شرح، أسئلة وأجوبة، مناقشة	=
			المشتقات	مشتقة للدوال الثابتة	محاضرة	شرح، أسئلة وأجوبة، مناقشة	=
				مشتقة للدوال متعددة الحدود	محاضرة	شرح، أسئلة وأجوبة، مناقشة	=
				تعريف التكامل	محاضرة	شرح، أسئلة وأجوبة، مناقشة	=
			التكاملات	التكامل للدوال الثابتة	محاضرة	شرح، أسئلة وأجوبة، مناقشة	=
				التكامل للدوال متعددة الحدود	محاضرة	شرح، أسئلة وأجوبة، مناقشة	=

المحتوى العلمي

خارطة القياس المعتمدة

المحتوى التعليمي	عناوين الفصول	الأهمية النسبية	الأهداف السلوكية					عدد الفقرات
			المعرفة	الفهم	التطبيق	التحليل	التقييم	
			النسبة					
الفصل الاول	المصفوفات	%30						
الفصل الثاني	المشتقات	%35						
الفصل الثالث	التكاملات	%35						
المجموع		%100						

اسئلة قبلية : ما هي المصفوفة ، الاشتقاق ، التكامل .

اسئلة بعدية : عدد انواع مصفوفات ، كيف يمكن اشتقاق للدوال الاسية ، متعددة الحدود ، الكسرية ، الثابتة ، المثلثية ، كيف يمكن التكامل للدوال الاسية ، متعددة الحدود ، الكسرية ، الثابتة ، المثلثية .

اساليب التقييم : اسئلة شفهية ، امتحانات يومية ، واجبات بيتية .

The Matrix

المصفوفة: هي ترتيب من الاعداد مكونه من صفوف (n) و اعمده (m) على شكل مستطيل والاعداد في الترتيب تسمى عناصر المصفوفه . الصيغه العامه للمصفوفة هي:

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

حيث ان a_{ij} اعداد حقيقيه

عدد الصفوف $i=1,2,\ldots,n,\ j=1,2,\ldots,m$

Example (1)

$$A=\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$a_{11} = 3 , a_{12} = 4,$

$a_{21} = 5 , a_{22} = 6$

Type of Matrix

1-The Square Matrix (المصفوفة المربعة)

هي تلك المصفوفه التي يتساوى فيها عدد الصفوف مع عدد الاعمدة (n=m)

Example (2)

$$A=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

2-The diagonal matrix (المصفوفة القطرية)

هي مصفوفة مربعه جميع عناصر ها الغير قطريه اصفار

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ o & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

3- Identity Matrix (مصفوفة الوحدة)

هي مصفوفه قطريه جميع عناصر قطرها واحد ويرمز لها بالرمز I_n

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

4- Zero Matrix (مصفوفة الصفريه)

هي مصفوفه جميع عناصرها اصفار ويرمز لها بالرمز O_n

$$O_n = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

5-Lower Triangular Matrix (مصفوفةمثلثية سفلى)

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & 0 \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

6-Upper Triangular Matrix (مصفوفةمثلثية عليا)

هي مصفوفة جميع عناصرها الواقعه تحت القطر الرئيسي اصفار

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

Equality of Matrix

تتساوى المصفوفتان A,B اذا تساوت رتبتهما وتكون جميع عناصر كل منهما المتناظره متساوية

Let $A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$

Then $A=B \leftrightarrow a_{11} = b_{11}, a_{12} = b_{12}, a_{21} = b_{21}, a_{22} = b_{22}$

Example

If

A=$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ k & 5/2 \end{bmatrix}$ = B=$\begin{bmatrix} R & 3 \\ 7 & 5/2 \end{bmatrix}$ .since A=B, then R=1,k=7.

Matrix addition and Subtraction

اذا كانت A مصفوفة من الدرجة n× m حيث ان

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

اذا كانت B مصفوفة من الدرجة n× m حيث ان

$$B=\begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nm} \end{pmatrix}$$

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11+b11} & \cdots & a_{1m+b1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1+bn1} & \cdots & a_{nm+bnm} \end{pmatrix}$$

$$A-B=\begin{pmatrix} a_{11-b11} & \cdots & a_{1m-b1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1-bn1} & \cdots & a_{nm-bnm} \end{pmatrix}$$

Example

If

A=$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$, B=$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$

Find A+ B, A- B

A+ B=$\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 11 & 16 \end{bmatrix}$

A- B=$\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

Multiplication of Matrix

ضرب المصفوفة بعدد حقيقي k

If

A=$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}, k = 5$

Find kA

kA=$\begin{bmatrix} 5 & 15 \\ 25 & 35 \end{bmatrix}$

ضرب المصفوفتين

عملية الضرب تكون معرفة بين المصفوفتين اذا كان عدد اعمدة الاولى يساوي عدد اسطر الثانية.

Example

A=$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$, B=$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$

A. B=$\begin{bmatrix} 22 & 22 \\ 62 & 88 \end{bmatrix}$

The Transpose Matrix

هو عملية تحويل الصف الى عمود و بالعكس ويرمز له A^T

اذا كانت A مصفوفة من الرتبة 3× 3 حيث ان

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Example

If

If , A^T=$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$

A=$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$

Theorem

If A,B are matrix then

1- $(A + B)^T = A^T + B^T$, 3-$(A.B)^T = B^T.A^T$

2- A=A^{T^T}

Determinate of Matrix

لكل مصفوفة مربعه A محدد ويرمز للمحدد بالرمز $|A|$ نستخدم المستقيمات الرئيسية للدلالة على المحددات اي ان عندما تكتب الكميات الاربع $\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix}$ على الصورة التالية $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ يقصد بذلك المقدار الجبري $(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})$

Example

Let A=$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

Then $|A| = -2$

الطريقة الثانية :-

لتكن A مصفوفة من الدرجة الثالثة ومحددها $|A|$ فأذا حذفنا من المصفوفة A الصف A الصف i و العمود j فأننا نسمي محدد المصفوفة المربعة من الدرجة (n-1) الناتجة بالمحدد للعنصر a_{ij} وترمز له بالرمز $|M_{ij}|$ ويعرف المعامل المرافق للعنصر a_{ij} كما يلي :-

$$A_{ij} = (-1)^{i+j}|M_{ij}|$$

فيمكن حساب المحدد للمصفوفة A نضرب العناصر في اي صف او عمود في معاملاتها المرافقة وجمع حواصل الضرب الناتجة

نفرض اننا نستخدم الصف الاول

$$|A_{ij}| = a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+a_{13}A_{13}$$

Example

Let A=$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, find $|A|$

Solution:-

$|A| = -1\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}-2\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}=6.$

بعض النظريات في المحددات

1-اذا تساوى صفان او عمودان في المصفوفة فأن محدد المصفوفة يساوي صفر

Let A=$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$, find $|A|$

Solution :-

$|A| = 0$,since $C_1=C_3$.

2-اذا احتوت المصفوفة على صف او عمود مكون بكامله من اصفار فأن محدد يساوى صفر

Let A=$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \\ 0 & 6 & 3 \end{bmatrix}$, find $|A|$

Solution :-

$|A| = 0$, since $C_1=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

3-محدد المصفوفة القطرية المثلثية بنوعيها يساوي حاصل ضرب عناصرها القطرية

Let A= $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, find $|A|$

$$|A| = (1).(5).(3) = 15$$

4-محدد مصفوفة الوحدة يساوي واحد

Example

Let A= $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, find $|A|$

Solution:-

$|A| = 1$

5- محدد A يساوي منقول A $\quad |\mathrm{A}| = |\mathrm{A}^{\mathrm{T}}|$

Example

Let A= $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

Proof $|\mathrm{A}| = |\mathrm{A}^{\mathrm{T}}|$

Solution:-

$|\mathrm{A}| = 4 - 6 = -2$, $|\mathrm{A}^{\mathrm{T}}| = -2$

6- اذا كانت A, B مصفوفتان مربعتان قابلتان للضرب فأن

$$|A.B| = |A|.|B|$$

Example

Let $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$,proof $|A.B| = |A|.|B|$

$A.B=\begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 11 & 8 \end{bmatrix}$, $|A.B| = 56 - 55 = 1$

$|A| = 4 - 3 = 1, |B| = 3 - 2 = 1$

$|A.B| = |A|.|B|$

حل المعادلات الخطية باستخدام المصفوفات

اذا كان لدينا مجموعه عددها n وهو نفس عدد المعادلات ايضا" اي ان :

$A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + ... + A_{1n}x_n = b_1$

....

$A_{n1}x_1 + A_{n2}x_2 + ... + A_{nn}x_n = b_n$

او تكتب بشكل مصفوفة:-

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ : \\ xn \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b1 \\ : \\ bn \end{bmatrix}$$

اي ان A.X=b

طرق حل المعادلات الخطية :

قاعدة كرامر لحل المعادلات الخطية

اذا كان A.X=b نظاما" للمعادلات الخطية مكونة من n من المعادلات في n من المتغيرات بحيث ان $|A| \neq 0$

فيكون للنظام حل وحيد هو

$$[\mathrm{x_j}] = \frac{|\mathrm{A_j}|}{|A|}$$

Example

Find the solution of the following system by using Grammer method

2x1-3x2=7

3x1+5x2=1

Solution

Ax=b

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

x1=$\frac{|\mathrm{A_1}|}{|A|}$

$$|A| = 10 - (-9) = 19$$

$$|\mathrm{A_1}| = \begin{vmatrix} 7 & -3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 38$$

x1=$\frac{|\mathrm{A_1}|}{|A|}$=2

x2=$\frac{|\mathrm{A_2}|}{|A|}$ =-1

Differentiation Formulas

Let's start with the simplest of all functions, the constant function $f(x) = c$. The graph of this function is the horizontal line $y = c$, which has slope 0, so we must have $f'(x) = 0$.

Derivative of a Constant Function

$$\frac{d}{dx}(c) = 0$$

Power Functions

We next look at the functions $f(x) = x^n$, where n is a positive integer. If $n = 1$, the graph of $f(x) = x$ is the line $y = x$, which has slope 1.

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

We have already investigated the cases $n = 2$ and $n = 3$. In fact, we found that

2 $$\frac{d}{dx}(x^2) = 2x \qquad \frac{d}{dx}(x^3) = 3x^2$$

Thus

3 $$\frac{d}{dx}(x^4) = 4x^3$$

Comparing the equations in $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, and $\boxed{3}$, we see a pattern emerging. It seems to be a reasonable guess that, when n is a positive integer, $(d/dx)(x^n) = nx^{n-1}$.

This turns out to be true. We prove it in two ways; the second proof uses the Binomial Theorem.

The Power Rule If n is a positive integer, then

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

(a) If $f(x) = x^6$, then $f'(x) = 6x^5$.

(b) If $y = x^{1000}$, then $y' = 1000x^{999}$.

(c) If $y = t^4$, then $\dfrac{dy}{dt} = 4t^3$.

(d) $\dfrac{d}{dr}(r^3) = 3r^2$

New Derivatives from Old

When new functions are formed from old functions by addition, subtraction, or multiplication by a constant, their derivatives can be calculated in terms of derivatives of the old functions.

In particular, the following formula says that *the derivative of a constant times a function is the constant times the derivative of the function.*

The Constant Multiple Rule If c is a constant and f is a differentiable function, then

$$\frac{d}{dx}[cf(x)] = c\frac{d}{dx}f(x)$$

(a)
$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}(3x^4) &= 3\frac{d}{dx}(x^4)\\ &= 3(4x^3)\\ &= 12x^3\end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}(-x) &= \frac{d}{dx}[(-1)x]\\ &= (-1)\frac{d}{dx}(x)\\ &= -1(1)\\ &= -1\end{aligned}$$

The next rule tells us that *the derivative of a sum of functions is the sum of the derivatives.*

The Sum Rule If f and g are both differentiable, then

$$\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x)$$

The Sum Rule can be extended to the sum of any number of functions. For instance, using this theorem twice, we get

$$(f+g+h)' = [(f+g)+h]' = (f+g)' + h' = f' + g' + h'$$

By writing $f - g$ as $f + (-1)g$ and applying the Sum Rule and the Constant Multiple Rule, we get the following formula.

The Difference Rule If f and g are both differentiable, then

$$\frac{d}{dx}[f(x) - g(x)] = \frac{d}{dx}f(x) - \frac{d}{dx}g(x)$$

The Constant Multiple Rule, the Sum Rule, and the Difference Rule can be combined with the Power Rule to differentiate any polynomial, as the following examples demonstrate.

$$\frac{d}{dx}(x^8 + 12x^5 - 4x^4 + 10x^3 - 6x + 5)$$

$$= \frac{d}{dx}(x^8) + 12\frac{d}{dx}(x^5) - 4\frac{d}{dx}(x^4) + 10\frac{d}{dx}(x^3) - 6\frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(5)$$

$$= 8x^7 + 12(5x^4) - 4(4x^3) + 10(3x^2) - 6(1) + 0$$

$$= 8x^7 + 60x^4 - 16x^3 + 30x^2 - 6$$

Next we need a formula for the derivative of a product of two functions. By analogy with the Sum and Difference Rules, one might be tempted to guess, as Leibniz did three centuries ago, that the derivative of a product is the product of the derivatives.

We can see, however, that this guess is wrong by looking at a particular example. Let $f(x) = x$ and $g(x) = x^2$. Then the Power Rule gives $f'(x) = 1$ and $g'(x) = 2x$. But $(fg)(x) = x^3$, so

$$(fg)'(x) = 3x^2.$$

Thus $(fg)' \neq f'g'$.

The correct formula was discovered by Leibniz and is called the Product Rule.

The Product Rule If f and g are both differentiable, then

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x)\frac{d}{dx}[g(x)] + g(x)\frac{d}{dx}[f(x)]$$

In words, the Product Rule says that *the derivative of a product of two functions is the first function times the derivative of the second function plus the second function times the derivative of the first function.*

Find $F'(x)$ if $F(x) = (6x^3)(7x^4)$.

Solution:

By the Product Rule, we have

$$F'(x) = (6x^3)\frac{d}{dx}(7x^4) + (7x^4)\frac{d}{dx}(6x^3)$$

$$= (6x^3)(28x^3) + (7x^4)(18x^2)$$

$$= 168x^6 + 126x^6$$

$$= 294x^6$$

The Quotient Rule If f and g are differentiable, then

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{g(x)\frac{d}{dx}[f(x)] - f(x)\frac{d}{dx}[g(x)]}{[g(x)]^2}$$

In words, the Quotient Rule says that the *derivative of a quotient is the denominator times the derivative of the numerator minus the numerator times the derivative of the denominator, all divided by the square of the denominator.*

Let $y = \dfrac{x^2 + x - 2}{x^3 + 6}$. Then

$$y' = \frac{(x^3 + 6)\frac{d}{dx}(x^2 + x - 2) - (x^2 + x - 2)\frac{d}{dx}(x^3 + 6)}{(x^3 + 6)^2}$$

$$= \frac{(x^3 + 6)(2x + 1) - (x^2 + x - 2)(3x^2)}{(x^3 + 6)^2}$$

$$= \frac{(2x^4 + x^3 + 12x + 6) - (3x^4 + 3x^3 - 6x^2)}{(x^3 + 6)^2}$$

$$= \frac{-x^4 - 2x^3 + 6x^2 + 12x + 6}{(x^3 + 6)^2}$$

The Quotient Rule can be used to extend the Power Rule to the case where the exponent is a negative integer.

If n is a positive integer, then

$$\frac{d}{dx}(x^{-n}) = -nx^{-n-1}$$

(a) If $y = \frac{1}{x}$, then $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^{-1})$

$$= -x^{-2}$$

$$= -\frac{1}{x^2}$$

(b) $\frac{d}{dt}\left(\frac{6}{t^3}\right) = 6\frac{d}{dt}(t^{-3})$

$$= 6(-3)t^{-4}$$

$$= -\frac{18}{t^4}$$

Differentiate the function $f(t) = \sqrt{t}\,(a + bt)$.

Solution 1:

Using the Product Rule, we have

$$f'(t) = \sqrt{t}\,\frac{d}{dt}(a + bt) + (a + bt)\frac{d}{dt}(\sqrt{t})$$

$$= \sqrt{t} \cdot b + (a + bt) \cdot \tfrac{1}{2}t^{-1/2}$$

$$= b\sqrt{t} + \frac{a + bt}{2\sqrt{t}} = \frac{a + 3bt}{2\sqrt{t}}$$

If we first use the laws of exponents to rewrite $f(t)$, then we can proceed directly without using the Product Rule.

$$f(t) = a\sqrt{t} + bt\sqrt{t} = at^{1/2} + bt^{3/2}$$

$$f'(t) = \tfrac{1}{2}at^{-1/2} + \tfrac{3}{2}bt^{1/2}$$

Derivatives of Trigonometric Functions

In particular, it is important to remember that when we talk about the function f defined for all real numbers x by

$$f(x) = \sin x$$

it is understood that $\sin x$ means the sine of the angle whose *radian* measure is x. A similar convention holds for the other trigonometric functions cos, tan, csc, sec, and cot.

All of the trigonometric functions are continuous at every number in their domains.

So we have proved the formula for the derivative of the sine function:

4 $$\boxed{\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x}$$

Differentiate $y = x^2 \sin x$.

Solution:
Using the Product Rule and Formula 4, we have

$$\frac{dy}{dx} = x^2 \frac{d}{dx}(\sin x) + \sin x \frac{d}{dx}(x^2)$$

$$= x^2 \cos x + 2x \sin x$$

Using the same methods as in the proof of Formula 4, one can prove that

5

$$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

The tangent function can also be differentiated by using the definition of a derivative, but it is easier to use the Quotient Rule together with Formulas 4 and 5:

$$\frac{d}{dx}(\tan x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)$$

$$= \frac{\cos x \dfrac{d}{dx}(\sin x) - \sin x \dfrac{d}{dx}(\text{co}}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{\cos x \cdot \cos x - \sin x(-\sin x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$$

6

$$\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$$

The derivatives of the remaining trigonometric functions, csc, sec, and cot, can also be found easily using the Quotient Rule.

We collect all the differentiation formulas for trigonometric functions in the following table. Remember that they are valid only when *x* is measured in radians.

Derivatives of Trigonometric Functions

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x \qquad \frac{d}{dx}(\csc x) = -\csc x \cot x$$

$$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x \qquad \frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$$

$$\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x \qquad \frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x$$

Integration

There are two types of integration :

1- Indefinite integration .

2- definite integration .

We will study the indefinite integration , and the rules of indefinite integration are :

a) $\int a\, dx = ax + c \qquad , \ a , c : constants$

Example 1:

$$\int dx = x + c$$

Example 2:

$$\int 2\, dx = 2x + c$$

Example 3:

$$\int -4\, dx = -4x + c$$

b) $\int x^n\, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \qquad , \ n \neq -1 \ , \ n , c : constants$

Example 1:

$$\int x\, dx = \frac{x^2}{2} + c$$

Example 2:

$$\int x^{10}\, dx = \frac{x^{11}}{11} + c$$

Example 3:

$$\int x^{-2}\, dx = \frac{x^{-1}}{-1} + c$$

Example 4:

$$\int x^{-20}\, dx = \frac{x^{-19}}{-19} + c$$

c) $\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)\, dx \pm \int g(x)\, dx$

Example 1:

$$\int (x + 10)\, dx = \int x\, dx + \int 10\, dx$$

Example 2:

$$\int (x^3 - x)\, dx = \int x^3\, dx - \int x\, dx$$

d) $\int k.f(x)\, dx = k \int f(x)\, dx$, $k: constant$

Example:

$$\int 100\, x^8\, dx = 100 \int x^8\, dx$$

e) $\int e^{ax}\, a\, dx = e^{ax} + c$, $a, c: constants$

Example 1:

$$\int e^x\, dx = e^x + c$$

Example 2:

$$\int e^{10x}\ 10\, dx = e^{10x} + c$$

Example 3:

$$\int e^{4x}\, dx = \int e^{4x}\, dx\, \frac{4}{4} = \frac{1}{4} \int e^{4x}\, 4\, dx = \frac{1}{4}\, e^{4x} + c$$

Example 4:

$$\int e^{-6x}\, dx = \int e^{-6x}\, dx\, \frac{-6}{-6} = \frac{1}{-6} \int e^{-6x}\, (-6)\, dx = \frac{1}{-6}\, e^{-6x} + c$$

f) $\int \sin(ax)\,.\,a\, dx = -\cos(ax) + c$, $a, c: constants$

$$\int \cos(ax)\,.\,a\, dx = \sin(ax) + c$$

$$\int sec^2(ax)\,.\,a\, dx = \tan(ax) + c$$

$$\int csc^2(ax)\,.\,a\, dx = -\cot(ax) + c$$

$$\int \sec(ax)\,.\tan(ax)\,.\,a\, dx = \sec(ax) + c$$

$$\int \csc(ax)\,.\cot(ax)\,.\,a\, dx = -\csc(ax) + c$$

Example 1:

$$\int \sin(x)\ dx = -\cos(x) + c$$

Example 2:

$$\int \sin(2x)\,.2\,dx = -\cos(2x) + c$$

Example 3:

$$\int \cos(10x)\,.10\,dx = \sin(10x) + c$$

Example 4:

$$\int sec^2(-8x)\ dx = \int sec^2(-8x)\ dx\ \ \frac{-8}{-8} = \frac{1}{-8}\int sec^2(-8x)\,.\,(-8)\ dx$$
$$= \frac{1}{-8}\tan(-8x) + c$$

Example 5:

$$\int csc^2(20x)\ dx = \int csc^2(20x)\,dx\ \ \frac{20}{20} = \frac{1}{20}\int csc^2(20x)\,.20\,dx$$
$$= -\frac{1}{20}\cot(20x) + c$$

Example 6:

$$\int \sec(\sqrt{x})\,.\tan(\sqrt{x})\,.\frac{1}{2\sqrt{x}}\ dx = \sec(\sqrt{x}) + c$$

Example 7:

$$\int \csc(x^2)\,.\cot(x^2)\,.x\,dx = \int \csc(x^2)\,.\cot(x^2)\,.x\,dx\ \ \frac{2}{2}$$
$$= \frac{1}{2}\int \csc(x^2)\,.\cot(x^2)\,.2x\,dx = -\frac{1}{2}\csc(x^2) + c$$

Example 8:

$$\int \csc(\sqrt{x}).\cot(\sqrt{x}).\frac{1}{\sqrt{x}}dx$$

$$= \int \csc(\sqrt{x}).\cot(\sqrt{x}).\frac{1}{\sqrt{x}}dx\ \frac{2}{2}$$

$$= 2\int \csc(\sqrt{x}).\cot(\sqrt{x}).\frac{1}{2\sqrt{x}}dx = -2\csc(\sqrt{x}) + c$$

g) $\int (f(x))^n . f'(x)\, dx = \frac{(f(x))^{n+1}}{n+1} + c$, $n \neq -1$, $n, c: constants$

Example 1:

$$\int (x+1)^2\, dx = \frac{(x+1)^3}{3} + c$$

Example 2:

$$\int (x^3+2x)^4 . (3x^2+2)\, dx = \frac{(x^3+2x)^5}{5} + c$$

Example 3:

$$\int (\sqrt{x}\ +1)^{-3} . \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\, dx$$

$$= \int (\sqrt{x}\ +1)^{-3} . \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\, dx\ \frac{2}{2} = 2\int (\sqrt{x}\ +1)^{-3} . \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\, dx$$

$$= 2.\frac{(\sqrt{x}\ +1)^{-2}}{-2} + c$$

Example 4:

$$\int (\sin(x))^{-2} . (\cos(x))\, dx = \frac{(\sin(x))^{-1}}{-1} + c$$

Example 5:

$$\int (\tan(x^3))^3 . (x^2.sec^2(x^3))\, dx = \int (\tan(x^3))^3 . (x^2.sec^2(x^3))\, dx\ \frac{3}{3}$$

$$= \frac{1}{3}\int (\tan(x^3))^3 . (3x^2.sec^2(x^3))\, dx = \frac{1}{3}.\frac{(\tan(x^3))^4}{4} + c$$

Example 6:

$$\int (\cot(6x))^{10}\,.(csc^2(6x))\,dx = \int (\cot(6x))^{10}\,.(csc^2(6x))\,dx\ \frac{-6}{-6}$$

$$= \frac{1}{-6}\int (\cot(6x))^{10}\,.((-6).csc^2(6x))\,dx = \frac{1}{-6}.\frac{(\cot(6x))^{11}}{11} + c$$

h) $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ln\big(f(x)\big) + c$, $c: constant$

Example 1:

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln(x) + c$$

Example 2:

$$\int \frac{(3x^2+1)}{(x^3+x)}\,dx = \ln(x^3+\mathrm{x}) + c$$

Example 3:

$$\int \frac{(12x^2+2x)}{(4x^3+x^2)}\,dx = \ln(4x^3+x^2) + c$$

Example 4:

$$\int \frac{\cos(3x)}{\sin(3x)}\,dx = \int \frac{\cos(3x)}{\sin(3x)}\,dx\ \frac{3}{3} = \frac{1}{3}\int \frac{3.\cos(3x)}{\sin(3x)}\,dx = \frac{1}{3}\ln(\sin(3\mathrm{x})) + c$$

Example 5:

$$\int \frac{sec^2(10x)}{\tan(10\mathrm{x})}\,dx = \int \frac{sec^2(10x)}{\tan(10\mathrm{x})}\,dx\ \frac{10}{10}$$

$$= \frac{1}{10}\int \frac{10.sec^2(10x)}{\tan(10\mathrm{x})} = \frac{1}{10}\ln(\tan(10x)) + c$$

Example 6:

$$\int \frac{x.csc^2(x^2)}{\cot(x^2)}\,dx = \int \frac{x.csc^2(x^2)}{\cot(x^2)}\,dx\ \frac{-2}{-2} = \frac{1}{-2}\int \frac{(-2x).csc^2(x^2)}{\cot(x^2)}\,dx = \frac{1}{-2}\ln(\cot(x^2)) + c$$

Examples :

(1)

$\int cos^2(2x)\sin(2x)\ dx = \int(\cos(2x))^2\sin(2x)\ dx = \int(\cos(2x))^2\sin(2x)\ dx\left(\frac{-2}{-2}\right)$

$$=\frac{1}{-2}\int(\cos(2x))^2(-2\sin(2x))\ dx = \frac{1}{-2}\frac{(\cos(2x))^3}{3}+c$$

$$=\frac{1}{-6}(\cos(2x))^3+c$$

(2)

$\int sec^3(x)\tan(x)\,dx =$

$\int sec^2(x)\sec(x)\tan(x)\ dx = \int(\sec(x))^2\sec(x)\tan(x)\ dx = \frac{(\sec(x))^3}{3}+c$

(3) $\int\frac{1}{x\ln(x)}\ dx = \int\frac{\frac{1}{x}}{\ln(x)}\ dx = \ln(\ln(x))+c$

(4) $\int\frac{e^{2x}+x}{e^{2x}+x^2}\ dx = \int\frac{e^{2x}+x}{e^{2x}+x^2}\ dx\ \frac{2}{2} = \frac{1}{2}\int\frac{(2e^{2x}+2x)}{e^{2x}+x^2}\ dx = \frac{1}{2}\ln(e^{2x}+x^2)+c$

(5) $\int\frac{e^{\sqrt{x}}-1}{\sqrt{x}}\ dx = \int\left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx = \int\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx - \int\frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int e^{\sqrt{x}}\ \frac{1}{\sqrt{x}}dx - \int\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}\ dx$

$$=\int e^{\sqrt{x}}\ \frac{1}{\sqrt{x}}\ dx\ \frac{2}{2} - \int x^{-\frac{1}{2}}\ dx = 2\int e^{\sqrt{x}}\ \frac{1}{2\sqrt{x}}\ dx - \int x^{-\frac{1}{2}}\ dx$$

$$=2\ e^{\sqrt{x}} - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = 2\ e^{\sqrt{x}} - 2\ x^{\frac{1}{2}} + c$$

Integration Methods (udv Method):

udv method formula is :

$$\int udv = u\,.\,v - \int vdu$$

Examples :

(1) $\int x\ln(x)\,dx$

solution :

$u = \ln(x) \qquad ; \qquad dv = x$

$du = \frac{1}{x}\,dx \qquad ; \qquad v = \frac{x^2}{2}$

$$\int udv = u\,.\,v - \int vdu$$

$$\int x\,ln(x) = \ln(x).\frac{x^2}{2} - \int \frac{x^2}{2}\frac{1}{x}\,dx$$

$$= ln(x).\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\int x\,dx$$

$$= ln(x).\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\frac{x^2}{2} + c$$

$$= ln(x).\frac{x^2}{2} - \frac{1}{4}x^2 + c$$

(2) $\int x\,e^x\,dx$

solution :

$u = x \qquad ; \qquad dv = e^x$

$du = dx \qquad ; \qquad v = e^x$

$$\int udv = u\,.\,v - \int vdu$$

$$\int x\,e^x\,dx = x\,.\,e^x - \int e^x\,dx$$

$$= x\,.\,e^x - e^x + c$$

(3) $\int x\, sin(x)\, dx$

solution :

$u = x \qquad ; \qquad dv = sin(x)$

$du = dx \qquad ; \qquad v = -cos(x)$

$$\int udv = u\,.\,v - \int vdu$$

$$\int x\, sin(x)\, dx = x\,.\,(-cos(x)) - \int (-cos(x))\, dx$$

$$= -x.\,cos(x) + \int cos(x)\, dx$$

$$= -x.\,cos(x) + sin(x) + c$$

Exercises :

(1) $\int x \cos(2x)\, dx$

(2) $\int x \sin(10x)\, dx$

(3) $\int x \sin(-20x)\, dx$

(4) $\int x\, sec^2(x)\, dx$

(5) $\int x\, csc^2(x)\, dx$

(6) $\int x \cos(-25x)\ dx$

المحتويات (لكل فصل في المقرر)

رقم المحاضرة:	**1**
عنوان المحاضرة:	**المصفوفات**
اســـــم المدرس:	**م.د. احمد سالار جلال امين**
الفئة المستهدفة :	**المرحلة الاولى**
الهدف العام من المحاضرة :	**تعريف المصفوفات و انواعها و العمليات الحسابية عليها**
الأهداف السلوكية او مخرجات التعلم:	**1- معرفة الطالب بالمصفوفات** **2- يتعلم كيفية اجراء العمليات الحسابية على المصفوفات** **3- يتعلم كيفية استخدام المصفوفات في حل نظام من المعادلات الخطية**
استراتيجيات التيسير المستخدمة	
المهارات المكتسبة	**معرفة الطالب بالمصفوفات و العمليات الحسابية على المصفوفات و استخدام المصفوفات في حل نظام من المعادلات الخطية**
طرق القياس المعتمدة	**اسئلة شفهية و امتحانات يومية و فصلية و واجبات**

4 ـ الاسئلة القبلية

5- المحتوى العلمي

محتويات الفصل

6- الاسئلة البعدية

في نهاية الحقيبة

- **المصادر الاساسية :**

- Advanced Mathematics for Engineers and Scientists – Schaum’s Outlines – Murray R. Spiegel .
- Thomas Calculus – George B. Thomas, Jr .

- **المصادر المقترحة:**
- **(يذكر هنا بعض المصادر المقترحة التي لم تدخل ضمن مصادر بناء الحقيبة لإعطاء الفرصة للمتعلم لإغناء المعلومات و للمزيد من المعرفة)**
-
- **روابط مقترحة ذات صلة:**
- يذكر هنا بعض الروابط ذات الصلة بالمواضيع الخاصة بالمحتوى لزيادة المعرفة او المهارة كان يذر بعض روابط اليوتيوب لمحاضرات ضمن نفس المواضيع او تقدم شرح مفصل لبعض. الفقرات التي لم يتم تغطيتها في المحاضرة ويفضل. ان تكون بصيغة رمز الاستجابة السريع QRC