الجامعـــــة التقنيـــــة الشماليـــــة

الكلية التقنيـة الاداريــة ـ الموصل

الارقام القياسية

Index Numbers

قسم تقنيات الاحصاء والمعلوماتية

المرحلة الاولى

مدرسة المادة

د.الهام عبدالكريم حسين

2021 - 2020

1-1 الرقم القياسي :

الرقم القياسي (Index number) هو عبارة عن مؤشر إحصائي يقيس التغير النسبي الذي طرأ على ظاهرة معينة ، سعرا، كمية ، قيمة أو أجرًا ، بالنسبة لأساس معين قد يكون فترة زمنية معينة او مكانا جغرافيا معينا ، حيث تؤخذ قيمة الظاهرة كأساس لحساب الرقم القياسي . ويسمى الوقت او المكان الذي تنسب اليه الظاهرة بفترة او سنة الاساس ، كما يسمى الوقت او المكان الذي ننسبه الى فترة او سنة المقارنة .

1-2 تاريخ الأرقام القياسية

يرجع استخدام الأرقام القياسية إلى أكثر من قرنين من الزمن، حيث استخدمها الإحصائي الإيطالي كارلي) 1764 (لمقارنة الأسعار في إيطاليا لسنة 1750 بالأسعار في سنة 1500 . ثم شاع استخدامها بصورة أوسع منذ ذلك الحين، حيث اهتمت الحكومات بتركيب وحساب بعض الأرقام القياسية. ومن الأمور الهامة عند تركيب الرقم القياسي اختيار فترة الأساس أو مكان الأساس التي تعتمد لتركيب الرقم. وعادة ما تكون فترة الأساس سابقة لفترة المقارنة. كما يجب اختيار فترة أو مكان الأساس بحيث تكون متميزة بالاستقرار الاقتصادي وخالية من الاضطرابات العنيفة التي قد تتعرض لها الظاهرة كالحروب والأزمات الاقتصادية، كما يفضل. أن لا تكون بعيدة جدًا عن سنوات المقارنة.

1-3 مجالات استخدام الأرقام القياسية

- تستخدم في التطبيقات الاحصائية في مجال الدراسات الاقتصادية حيث يمكن خلالها التعرف الاحوال الاقتصادية للدول المختلفة من خلال دراسة التغيرات الاقتصادية في البلد او البلدان قيد الدراسة ، للمساعدة في التنبؤ بما يمكن ان يحدث للمتغيرات المختلفة في المستقبل . كما تستخدم لقياس ظواهر متعددة مثل مقارنة اسعار السلع الغذائية في سنة محددة بسنة اخرى سابقة او اخرى ، مقارنة انتاج قطاع اقتصادي معين في دولة ما بنظيره في دولة اخرى ، للوقوف على التطور الذي طرأ على انتاج هذا القطاع عبر الزمن.
- تستخدم في العلوم الاجتماعية والادارية والزراعية لعمل المقارنات وقياس التغيرات . وهناك ارقام قياسية في ميادين مختلفة مثل الرقم القياسي لاسعار الجملة والرقم القياسي للصادرات والرقم القياسي للاستيرادات ، كما تؤخذ ارقام قياسية للانتاج الزراعي والانتاج الصناعي وتكاليف المعيشة.

1-4 منسوب الرقم القياسي :

هو عبارة عن حاصل قسمة سنة المقارنة على سنة الاساس بدون ان يضرب الرقم * 100 أي ان :

$$\text{منسوب الرقم القياسي} = \frac{\text{سنة المقارنة}}{\text{سنة الاساس}}$$

بينما :

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{سنة المقارنة}}{\text{سنة الاساس}} * 100$$

1-5 مصطلحات ورموز :

للتعبير عن السعر والكمية والقيمة وسنة المقارنة والاساس ... الخ ، يتم استخدام الرموز التالية :

يرمز للسعر بالرمز P

الرقم القياسي : I

الكمية : Q ، q

القيمة : v

حيث ان : القيمة = السعر x الكمية

ويرمز للرقم القياسي للسعر : I(p)

الرقم القياسي للكمية : I(q)

الرقم القياسي للقيمة : I(v)

يرمز لسنة الاساس في حالة السعر p_0

ولسنة الاساس في حالة الكمية : q_0

ولسنة الاساس في حالة القيمة : v_0

و يرمز لسنة المقارنة في حالة السعر p_n حيث ان : $n=1,2,3,....$

ولسنة المقارنة في حالة الكمية : q_n

ولسنة المقارنة في حالة القيمة : v_n

اذن الرقم القياسي للاسعار يساوي بالرموز كما يلي :

$$I(p) = \frac{p_n}{p_0}\ x\ 100$$

الرقم القياسي للكميات يساوي بالرموز كما يلي :

$$I(q) = \frac{q_n}{q_0}\ x\ 100$$

الرقم القياسي للقيمة يساوي بالرموز كما يلي :

$$I(v) = \frac{v_n}{v_0}\ x\ 100$$

وبما ان القيمة = السعر x الكمية $v_n = p_n q_0$:

اذن الرقم القياسي للقيمة يساوي : $I(v) = \frac{p_n q_0}{p_0 q_0}\ x\ 100$

1-6 متطلبات حساب الرقم القياسي وتركيبه :

لتركيب الرقم القياسي وحسابه ، يجب توفر متطلبات اساسية وهي :

1- تحديد الظاهرة وكيفية اختيار مفرداتها : تحدد الظاهرة المراد قياس التغيرات الحاصلة فيها لعدة سنوات استجابة لحاجة معينة كالقيام ببحث لتفسير ظاهرة معينة او وجود مشكلة يراد توضيح جوابها .

2- تحديد الوزن المناسب للترجيح :لكي نعطي السلع الداخلة في تركيب الرقم القياسي اهميتها الحقيقية فلا بد من ترجيحها بفرض اوزان او اعداد لتمثل اهمية تلك السلع وغالباً ما تحدد اوزان السلع من قبل لجنة تضم خبراء في تلك السلعة .

3- فترة الاساس :هي الفترة التي تنسب الى اسعارها او كمياتها ،اسعار او كميات الفترات الاخرى وقد تكون هذه الفترة شهراً او اسبوعاً او سنة ، ولكن الشائع ان تكون سنة واحدة تسمى سنة الاساس ، كما يشترط ان تكون سنة الاساس طبيعية خالية من التأثيرات العرضية كالأزمات الاقتصادية وغيرها .

4- فترة المقارنة : هي الفترة التي تنسب اسعارها او كمياتها الى اسعار او كميات فترة الاساس .

5- الاساس الثابت والاساس المتحرك : اذا كانت جميع فترات المقارنة تنسب الى فترة معينة ثابتة عند تركيب الارقام القياسية ، فان الفترة المعينة تسمى الاساس الثابت ، اما اذا كانت فترة الاساس تتغير لكل فترة مقارنة فان فترة الاساس تسمى بالاساس المتحرك .

7 – 1 تركيب الأرقام القياسية

يمكن تمييز صيغتين أساسيتين من صيغ الأرقام القياسية هما الصيغ البسيطة، والصيغ المرجحة للأرقام القياسية.

الصيغ البسيطة للأرقام القياسية

وتشمل الصبغ البسيطة للارقام القياسية صيغتين او طريقتين هما :

أ - طريقة المناسيب : وتقسم الى : 1- الارقام القياسية البسيطة 2- الارقام القياسية المرجحة .

ب – طريقة التجميع البسيطة .

1- الارقام القياسية البسيطة :

تتكون مما يلي :

1- منسوب الكمية والسعر .

2- الوسط الحسابي لمناسيب الاسعار او الكميات .

3- صيغة الوسط الحسابي البسيط للاسعار والكميات .

4- صيغة الوسط الهندسي البسيط لمناسيب الاسعار او الكميات .

1- منسوب الكمية والسعر :

يعتبر منسوب **(Relative)** السعر من أبسط الأمثلة للرقم القياسي، وهو نسبة قيمة المتغير في فترة المقارنة إلى قيمة نفس المتغير في فترة الأساس. فإذا كانت P_o تمثل سعر السلعة خلال فترة الأساس و P_n سعرها في فترة المقارنة فإن:

$$\text{منسوب السعر} = \frac{P_n}{P_o}$$

ويمكن التعبير عنه على شكل نسبة مئوية بضربه في 100، كما يمكن أن يرمز له بالرمز $P_{o/n}$. وتجدر ملاحظة أن منسوب السعر لفترة معينة بالنسبة لنفس الفترة دائماً 100%، بمعنى أن سنة الأساس دائماً 100 وهو ما يكتب عادة في الأدبيات الإحصائية عند الإشارة إلى سنة الأساس بأنها تساوي 100.

مثال على ذلك، إذا كان سعر برميل النفط الخام في سنة 2000 هو 24 دولار وفي سنة 1994 هو 14 دولار، باتخاذ سنة 1994 كنسبة أساس، فإن:

$$\text{منسوب السعر} = \frac{24}{14} \times 100 = 171.4\%$$

هذا يعني إن السعر في عام 2000 قد زاد بنسبة 71.4% عما كان عليه في عام 1994.

فـي حالـة مقارنـة كميات السلـع بـدلاً مـن أسـعار السلـع، كمـا هـو الحـال بالنسـبة لحجـم الإنتـاج والاستهلاك والتصدير مثلا، فإننا نتكلم عن مناسيب الكمية كما في حالة الأسعار. فإذا عبرنـا عن كميـة السـلعة المنتجـة أو المسـتهلكة خـلال فتـرة الأسـاس بـالرمز q_o وعـن كميـة الإنتـاج أو الاستهلاك في فترة المقارنة بالرمز q_n، فإن:

منسوب الكمية أو الحجم = $\frac{q_n}{q_o}$ ويعبر عنه أيضاً على شكل نسبة مئوية.

عندما يكون سعر السلعة p والكمية المنتجـة منهـا q فـإن القيمـة الإجماليـة لهـذه السـلعة هـي pq. وإذا كانت p_o و q_o تعبير عن سعر السلعة والكمية المنتجة منها في فترة الأسـاس، بينمـا p_n و q_n هي السعر والكمية المنتجة على التوالي في سنة المقارنـة، فـإن القيمـة الإجماليـة خـلال فتـرة الأساس هي V_o وخلال فترة المقارنة V_n، وعليه فإن:

منسوب القيمة = $\frac{v_n}{v_o} = \frac{p_n q_n}{p_o q_o}$.

مثال :

افترض ان متوسط اسعار الحنطة المباعة خلال السنوات 1963 – 1968 كانت كما يلي :

السنة	السعر
1963	14.95
1964	14.94
1965	15.10
1966	15.65
1967	16.65
1968	16.53

المطلوب :

1- استخدم 1963 سنة اساس لأيجاد مناسيب الاسعار الى السنوات 1966 ، 1968 .

2- استخدم سنة 1966 كسنة لأيجاد مناسيب الاسعار الى جميع السنوات .

3- استخدم الفترة 1963 – 1965 كسنة اساس لأيجاد المناسيب الى جميع سنوات المقارنة .

الحل :

1- منسوب السعر = $\frac{\text{سنة المقارنة}}{\text{سنة الاساس}}$

منسوب السعر لسنة 1966 = $\frac{15.65}{14.95} = 1.048$

منسوب السعر لسنة 1968 = $\frac{16.53}{14.95} = 1.106$

2- منسوب السعر لسنة 1963 = $\frac{14.95}{15.65} = 0.955$

السنة	مناسيب الاسعار
1963	0.955
1964	0.955
1965	0.965
1966	1
1967	1.04
1968	1.056

3- سنة الاساس للفترة من (1963 – 1965) = $\frac{\text{السعر}}{\text{عدد السنوات}} = \frac{14.951+14.951+15.10}{3} = 15$

السنة	مناسيب الاسعار
1963	14.95 / 15 = 0.997
1964	0.996
1965	1.007
1966	1.043
1967	1.085
1968	1.102

مثال :

الجدول التالي يبين منسوب السعر ومنسوب القيمة خلال الفترة من (1956 – 1960) باعتبار ان سنة 1956 كسنة اساس .

المطلوب :

1- ايجاد مناسيب الكمية باعتبار :

أ- سنة 1956 كسنة اساس .

ب - الفترة من 1956 – 1958 كسنة اساس .

الحل :

1- ايجاد منسوب الكمية وكما يلي :

القيمة = السعر p x الكمية q

$$q = \frac{v}{p}$$

الكمية	القيمة	السعر	السنة
1.5	150	100	1956
1.44	180	125	1957
1.38	207	150	1958
1.32	231	175	1959
1.26	252	200	1960

أ – منسوب الكمية سنة 1956 كسنة اساس

1956 = 100	السنة
1.5 / 1.5 = 1	1956
1.44 / 1.5 = 0.96	1957
1.38 / 1.5= 0.92	1958
1.32 / 1.5 = 0.88	1959
1.26 /1.5 = 0.84	1960

ب – الفترة من 1956 – 1958 كسنة اساس

منسوب الكمية = $\frac{q_n}{q_0}$

$$1.44 = \frac{1.5 + 1.44 + 1.38}{3} = \text{سنة الاساس للفترة} (1956 - 1958)$$

وبهذا يكون الجدول كالتالي :

السنة	1956 – 1958 = 100
1956	1.5/1.44 = 1.04
1957	1.44 / 1.44 = 1
1958	1.38/1.44=0.96
1959	1.32 / 1.44 = 0.92
1960	1.26 / 1.44 = 0.88

2- الوسط الحسابي لمناسيب الاسعار او الكميات .

يتم حساب الرقم القياسي بهذه الطريقة بعد حساب المناسيب ثم يؤخذ المتوسط الحسابي

لهذه المناسيب المحسوبة فأذا فرضنا ان مناسيب الاسعار هي :

$x_1 , x_2, \dots , x_n$

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$I(p) = \overline{x} * 100$

مثال :

نفرض ان البيانات التالية تمثل اسعار سنة الاساس والمقارنة لبعض السلع .

السلعة	سعر السلعة A	سعر السلعة B	سعر السلعة C	سعر السلعة D
p_0	10	200	5	35
q_n	15	250	10	25

المطلوب : حساب الرقم القياسي للسعر بطريقة المتوسط الحسابي للمناسيب .

الحل :

منسوب السلعةA $= \frac{15}{10} = 1.5$

منسوب السلعةB $= \frac{200}{250} = 1.25$

منسوب السلعةC $= \frac{10}{5} = 2$

منسوب السلعةD $= \frac{25}{35} = 0.71$

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1.5 + 1.25 + 2 + 0.71}{4} = 1.365$$

$I(p) = 1.365 \times 100 = 136.5$ الرقم القياسي بصيغة الوسط الحسابي لمناسيب الاسعار

3- الرقم القياسي باستخدام الوسط الهندسي للمناسيب الاسعار والكميات :

في هذه الحالة يتم حساب مناسيب الاسعار كما يلي : فلو فرضنا ان المناسيب المحسوبة هي :

$x_1 + x_2 + \cdots + x_n$ ، فان الرقم القياسي بطريقة الوسط الهندسي للمناسيب هو :

$$I(p) = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * \ldots * x_n} * 100$$

مثال :

من بيانات المثال السابق ، احسب الرقم الهندسي بطريقة الوسط الهندسي لمناسيب الاسعار .

الحل :

$$I(p) = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * \ldots * x_n} * 100$$

$$I(p) = \sqrt[4]{1.5 * 1.25 * 2 * 0.71} * 100$$

I(p) = 1.277 * 100

I(p) = 127.7

مثال :

يمثل الجدول التالي متوسط اسعار الفرد لبعض المواد الغذائية. المطلوب حساب الرقم القياسي لمناسيب الاسعار بصيغة الوسط الحسابي بأعتبار ان 1974 تمثل سنة الاساس :

وحدة القياس	السعر في السنة 1970	السعرفي السنة 1974	السلعة
كيلو	973	723	لحم
كيلو	978	516	سمك
كيلو	180	136	رز
كيلو	160	141	فاصوليا
كيلو	87	60	بصل

الحل :

منسوب سعر اللحم $= \frac{973}{723} = 1.345$

منسوب سعر السمك $= \frac{978}{516} = 1.895$

منسوب سعر الرز $= \frac{180}{136} = 1.323$

منسوب سعر الفاصوليا $= \frac{160}{141} = 1.134$

منسوب سعر البصل $= \frac{87}{60} = 1.450$

$$\bar{x} = \frac{1.345 + 1.895 + 1.323 + 1.134 + 1.450}{5} = 1.429$$

I(p) = 1.429 x 100

= 142.9 الرقم القياسي بصيغة الوسط الحسابي

ب – طريقة التجميع البسيطة (الرقم القياسي باستخدام الصيغ التجميعية) :

1- اذا كان p_n يمثل اسعارسنة المقارنة وكانت p_0 تمثل اسعار سنة الاساس لعدة سلع ، فان الرقم القياسي التجميعي البسيط لأسعار سنة المقارنة بالنسبة لأسعار سنة الاساس يُعرف على النحو التالي :

الرقم القياسي التجميعي البسيط للاسعار : $I(p) = \frac{\sum p_n}{\sum p_0}\ x\ 100$

الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات كما يلي : $I(q) = \frac{\sum q_n}{\sum q_0}\ x\ 100$

2- الوسط الحسابي لمناسيب الاسعار

هو عبارة عن مجموع مناسيب أسعار السلع مقسوماً على عدد السلع ويعبر عنه كالتالي:

الوسط الحسابي البسيط لمناسيب الأسعار = $\frac{\sum p_n/p_o}{N}$

$\sum p_n/p_o$ = مجموع مناسيب أسعار جميع السلع.

N = عدد مناسيب أسعار السلع المستخدمة (عدد السلع).

وبتطبيق هذه الصيغة على المثال السابق نجد أن:

مثال :

نفرض ان لدينا سلعاً استهلاكية هي الطحين ، السكر ، الغاز ، واسعارها في الفترة 1985 ، 1995 ، المطلوب : المقارنة في مستوى السعر لسنة 1995 بطريقة التجميع البسيطة بأعتبار سنة 1985 هي سنة الاساس :

اسعار السلع 1995	اسعار السلع 1985	السلعة
230	150	الطحين
46	10	السكر
34	30	الغاز

الحل :

يمكن مقارنة مستوى السعر لسنة 1995 بطريقتين :

1- الطريقة الاولى :

تجميع الاسعار في سنة المقارنة على التجميع في سنة الاساس كما يلي :

الرقم القياسي التجميعي البسيط للاسعار : $I(p) = \frac{\sum p_n}{\sum p_0} x\ 100$

$$= \frac{230 + 46 + 34}{150 + 10 + 30} x\ 100$$

$$= \frac{310}{190} x100$$

$$= 163.157 = 163$$

2- الطريقة الثانية :

$$I(p) = \frac{1}{3}\left(\sum_{n=1}^{3}\frac{p_n}{p_0}\right)x\ 100$$

$$I(p) = \frac{1}{3}\left(\frac{230}{150} + \frac{46}{19} + \frac{34}{30}\right)$$

$$I(p) = 242$$

2- الأرقام القياسية المرجحة

ان الرقم القياسي قد يتأثر بشكل كبير بأحدى المواد الداخلة في تركيب ذلك الرقم على الرغم من انه ليس لهذه المادة اهمية كبيرة ، ولعلاج مثل هذه الحالة ، نعطي كل مادة تدخل في تركيب الرقم القياسي اهمية (وزن) يتناسب مع اهميتها في السوق وهذا يقود الى اسلوب اخرمن اساليب تركيب الارقام القياسية وهو اسلوب الارقام القياسية المرجحة .

وهناك ثلاث صيغ للأرقام القياسية المرجحة :

1- رقم لاسبير : الاوزان تعتمد على سنة الاساس ويسمى الرقم الناتج في هذه الحالة (رقم لاسبير) القياسي او الرقم القياسي المرجح بسنة الاساس ، يرمز لرقم لاسبير بالرمز I(L)، ويعرف بالشكل التالي :

أ- صيغة لاسبير للاسعار :

وفي هذه الصيغة يفترض ثبات أذواق المستهلكين واستمرارهم في استهلاك نفس كميات السلع حتى لو تغيرت أسعارها إرتفاعًا أو إنخفاضًا

او يكتب بالشكل التالي :

$$I\ (\ L\ ) = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0}\ x\ 100$$

ب - صيغة لاسبير للكميات :

ويفترض في هذه الصيغة ثبات الأسعار في فترتي الأساس والمقارنة بغض النظر عن تغير الكميات المستهلكة في الفترتين

$$\text{صيغة لاسبير للكميات} = 100\ X\ \frac{\sum q_n p_o}{\sum q_o p_o}$$

او تكتب بالشكل التالي :

$$I\ (\ L\ ) = \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0}\ x\ 100$$

2- رقم باشي : تعتمد الاوزان في هذه الحالة على سنة المقارنة ، عندها يسمى الرقم القياسي بـ (رقم باشي) او الرقم القياسي المرجح بكميات سنة المقارنة ، ويعرف بالمعادلة التالية :

$$I\ (p) = = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}\ x\ 100$$

3- هناك اوزان اخرى تعتمد على سنة الاساس والمقارنة ، ومن هذه الاوزان :

أ – صيغة فيشر :

تعتمد هذه الصيغة على سنة الاساس وسنة المقارنة من خلال رقمي (لاسبير و باش) ويسمى الرقم القياسي المستخرج بالرقم القياسي الامثل بـ (صيغة فيشر) ، ويعرف بالمعادلة التالية :

$$I_F = \sqrt{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0}\ \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}\ x\ 100}$$

ب- صيغة مارشال – ادجورت :

تعتمد هذه الصيغة على استخدام متوسط الكميات المستهلكة في سنتي المقارنة والاساس ويسمى الرقم المستخرج بـ (رقم مارشال) القياسي او الرقم القياسي المرجح بكميات المقارنة والاساس ، ويعرف على النحو التالي :

$$I_M = \frac{\sum p_n (q_n + q_0)}{\sum p_0\ (q_n + q_0)}$$

جـ - صيغة والش :

تعتمد هذه الصيغة على الترجيح بالوسط الهندسي لكميتي سنتي الاساس والمقارنـــــة ويسمى الرقم القياسي (والش) او الرقم القياسي للاسعار بصيغة والش ، ويعرف على النحو التالي :

$$I_W = \frac{\sum p_n \sqrt{q_n q_0}}{\sum p_0\ \sqrt{q_n q_0}}$$

مثال :

افرض ان لدينا ثلاث سلع استهلاكية هي A , B , C والجدول التالي يوضح الاسعار والكميات (الاوزان) لهذه السلع خلال عامي 2000 , 2001 ، حيث ان 100 = 2000 .

نوع السلعة	الاسعار		الكميات	
	p_o	p_n	q_o	q_n
A	5	7	5	3
B	10	2	9	7
C	6	2	6	8

المطلوب :

1- الرقم القياسي للاسعار بصيغة لاسبير .

2- الرقم القياسي الامثل (فيشر) .

3- الرقم القياسي للاسعار بصيغة مارشال .

5- الرقم القياسي للاسعار بصيغة والش .

الحل :

p_nq_0	p_0q_0	p_nq_n	p_0q_n	q_n+q_0	q_nq_0	$\sqrt{q_nq_0}$	$p_n(q_n+q_0)$	$p_0(q_n+q_0)$	$\frac{p_n}{\sqrt{q_nq_0}}$	$\frac{p_0}{\sqrt{q_nq_0}}$
35	25	21	15	8	15	3.87	56	40	27.09	19.35
18	90	14	70	16	63	7.94	32	160	15.88	79.4
12	36	16	48	14	48	6.93	28	84	13.86	41.58
65	151	51	133	38			116	284	58.83	140.33

1- الرقم القياسي للاسعار بصيغة لاسبير :

$$I(L) = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0}\ x\ 100$$

$$= \frac{65}{151}\ x\ 100 = 43.05$$

2- الرقم القياسي للاسعار الرجح بكميات سنة المقارنة

$$I(p) = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}\ x\ 100$$

$$= \frac{51}{133}\ x\ 100 = 38.35$$

3- صيغة فيشر

$$I_F = \sqrt{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0}\ \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}\ x\ 100}$$

$$= \sqrt{I(L)\,.\,I\,(P)}$$

$$= \sqrt{(43.05)(38.35)} = 40.63$$

4- صيغة مارشال

$$I_M = \frac{\sum p_n(q_n + q_0)}{\sum p_0\,(q_n + q_0)}$$

$$= \frac{116}{248}\ x100\ = 40.85$$

5- صيغة والش

$$I_w = \frac{\sum p_n\sqrt{q_n q_0}}{\sum p_0\sqrt{q_n q_0}}$$

$$= \frac{58.83}{140.33}\ \mathrm{x}100 = 41.92$$

ملاحظات :

1- ان صيغة فيشر لأستخراج الرقم القياسي يقع دائماً بين صيغتي لاسبير و باش .

2- ان صيغة مارشال ووالش لاستخراج الرقم القياسي يقع دائماً بين صيغتي لاسبير و باش .

بعض التغييرات في الاوزان الترجيحية :

1- بأستخدام معدل الكمية لعدة سنوات للترجيح (سنتين فأكثر) .

يمكن ان تستخدم عدة كميات من السلع لعدة فترات زمنية (سنوات) لغرض توضيح السعر وعلى النحو التالي :

بدلاً من ان نستخدم الرمز q_0 يمكن ان نستخدم الصيغة التالية :

$$\bar{q} = \frac{q_0 + q_n}{2}$$

حيث ان $\bar{q}$ هو معدل كميات سنة المقارنة مع سنة الاساس ، وفي حالة تطبيق المعدل على الرقم القياسي للاسعار بصيغة لاسبير (مثلاً) فان الصيغة تصبح :

$$I\ (\ L\ ) = \frac{\sum p_n \left(\frac{q_0 + q_n}{2}\right)}{\sum p_0 \left(\frac{q_0 + q_n}{2}\right)}$$

او :

$$I\ (\ L\ ) = \frac{\sum p_n \bar{q}}{\sum p_0 \bar{q}} x\ 100$$

2- بأستخدام معدل السعر لعدة سنوات للترجيح :

لو فرضنا ان اسعار سنة الاساس وسنة المقارنة كانت p_n, p_0 ، فانه يمكن ان نجد المعدل على الصورة التالية:

$$\bar{\boldsymbol{p}} = \frac{\boldsymbol{p_0} + \boldsymbol{p_n}}{\mathbf{2}}$$

في حالة صيغة لاسبير فان الصيغة تصبح :

$$I\ (\ L\ ) = \frac{\sum p_n\ q_0}{\sum p_0\ \left(\frac{q_0 +\ q_n}{2}\right) q_0}\ x\ 100$$

$$I\ (\ L\ ) = \frac{\sum p_n\ q_0}{\sum \bar{p}\ q_0}\ x\ 100$$

مثال :

الجدول التالي يبين ثلاث انواع من السلع الاستهلاكية خلال الفترة 1998 و2000 مع اسعارها وكمياتها باعتبار ان 100 = 1998

السلعة	الاسعار		الكميات	
	1998	2000	1998	2000
سكر	10	15	40	60
حليب	15	20	80	100
شاي	20	25	20	40

المطلوب ما يلي :

1- الرقم القياسي للاسعار بصيغة لاسبير .

2- الرقم القياسي للكميات بصيغة لاسبير .

الحل :

1- $I\ (\ L\ ) = \frac{\sum p_n \bar{q}}{\sum p_0 \bar{q}}\ x\ 100$

لتطبيق الصيغة نحتاج الى ايجاد قيم البسط والمقام وكما يلي :

السلعة	الاسعار		الكميات		$\bar{q} = \frac{q_0 + q_n}{2}$	$p_0\ \bar{q}$	$p_n\ \bar{q}$
	1998	2000	1998	2000			
سكر	10	15	40	60	$\frac{40 + 60}{2} = 50$	10x50=500	15x50=750
حليب	15	20	80	100	$\frac{80 + 100}{2} = 90$	15x90=1350	20x90=1800
شاي	20	25	20	40	$\frac{20 + 40}{2} = 30$	20x30=600	25x20=750
						2450	3300

$$I\ (\ L\ ) = \frac{3300}{2450}\ x\ 100$$

$$I\ (\ L\ ) = 134.6$$

2-

$$I\ (\ L\ ) = \frac{\sum q_n\ p_0}{\sum q_0\ p_0} x\ 100 = \frac{\sum q_n\ \bar{p}}{\sum q_0\ \bar{p}}\ , \bar{p} = \frac{p_0 + p_n}{2}$$

لتطبيق الصيغة ، نكمل الجدول وكما يلي :

السلعة	الاسعار		الكميات		$\bar{p} = \frac{p_0 + p_n}{2}$	$q_n\ \bar{p}$	$q_0\ \bar{p}$
	1998	2000	1998	2000			
سكر	10	15	40	60	$\frac{10 + 15}{2} = 12.5$	60x12.5=75	40x12.5=500

						0	
حليب	15	20	80	100	$\frac{15+20}{2}=17.5$	100x17.5=1750	80x17.5=1400
شاي	20	25	20	40	$\frac{20+25}{2}=22.5$	40x22.5=900	20x22.5=450
						3400	2350

$$I\,(\,L\,) = \frac{3400}{2350} x\ 100 = 144.7$$

الارقام القياسية المرجحة لمتوسط المناسيب بأستخدام اقيام السلع :

تستعمل اقيام السلع المستخدمة لأيجاد الرقم القياسي المرجح بأستخدام قيمة سنة الاساس وقيمة سنة المقارنة على النحو التالي :

1- الرقم القياسي للاسعار

أ- باستخدام قيمة سنة الاساس :

عندئذ فان الرقم القياسي يسمى بالرقم القياسي للاسعار المرجح بقيمة سنة الاساس ، اي ان :

$$I = \frac{\sum \left[\left(\frac{p_n}{p_0}\ x100 \right) (p_0 q_0) \right]}{\sum p_0 q_0}$$

ب- باستخدام قيمة سنة المقارنة :

عندئذ فان الرقم القياسي يسمى بالرقم القياسي للاسعار المرجح بقيمة سنة المقارنة ، اي ان :

$$I = \frac{\sum\left[\left(\frac{p_n}{p_0}\ x100\right)(p_n q_n)\right]}{\sum p_n q_n}$$

2- الرقم القياسي للكميات

اما الرقم القياسي للكميات المرجح بقيمة سنة الاساس فيُحسب بالشكل التالي :

$$I = \frac{\sum\left[\left(\frac{q_n}{q_0}\ x100\right)(p_0 q_0)\right]}{\sum p_0 q_0}$$

اما الرقم القياسي للكميات المرجح بقيمة سنة القارنة فيُحسب بالشكل التالي :

$$I = \frac{\sum\left[\left(\frac{q_n}{q_0}\ x100\right)(p_n q_n)\right]}{\sum p_n q_n}$$

مثال :

الجدول التالي يبين اسعار وكميات اربعة انواع من السلع للفترة 1990, 1995 ، باعتبار سنة 1990 كسنة اساس . المطلوب ايجاد ما يلي :

1- الرقم القياسي للاسعار المرجح بقيمة سنة الاساس .

2- الرقم القياسي للكميات المرجح بقيمة سنة المقارنة .

3- الرقم القياسي للاسعار المرجح بقيمة سنة المقارنة .

الكميات		الاسعار		السلعة
1995	1990	1995	1990	
200	100	150	150	A

B	50	80	2000	2500
C	200	300	50	100
D	80	100	350	250

الحل :

لايجاد الارقام القياسية للاسعار والكميات المرجحة حسب ما مطلوب ، نحتاج الى توفير المقادير التالية :

	1	2	3	4	1x4	2x4	1x3
السلعة	$\frac{p_n}{p_0}x100$	$\frac{q_n}{q_0}x100$	$p_n q_n$	$p_0 q_0$			
A	100	200	30000	15000	1500000	6000000	300000
B	160	125	200000	100000	1600000	25000000	32000000
C	150	200	30000	100000	1500000	6000000	4500000
D	125	71.4	25000	28000	3500000	1785000	3125000
			285000	153000	22500000	38785000	42625000

$$1\text{- } I = \frac{\sum\left[\left(\frac{p_n}{p_0}x100\right)(p_0 q_0)\right]}{\sum p_0 q_0}$$

$$= \frac{22500000}{153000}$$

$$= 147.06$$

$$2\text{- } I = \frac{\sum\left[\left(\frac{q_n}{q_0} x100\right)(p_n q_n)\right]}{\sum p_n q_n}$$

$$= \frac{38785000}{285000}$$

$$= 136.08$$

$$3\text{- } I = \frac{\sum\left[\left(\frac{p_n}{p_0} x100\right)(p_n q_n)\right]}{\sum p_n q_n}$$

$$= \frac{42625000}{285000}$$

$$= 149.6$$

الارقام القياسية بطريقة السلسلة او الاساس المتحرك :

من المعروف ان فترة الاساس يجب ان تكون فترة مستقرة خالية بقدر الامكان من المؤثرات الاقتصادية والا فان الرقم القياسي المستخرج يكون غير دقيق .

الاساس الثابت : فاذا كان لدينا عدد من الارقام القياسية على شكل سلسلة زمنية حيث هناك سنة اساس معينة ومحددة ، ويطلب تغيير سنة الاساس الى اية سنة من السنوات المتسلسلة الزمنية لسبب من الاسباب، فانه يتم ذلك بقسمة جميع ارقام تلك السلسلة على الرقم القياسي لسنة الاساس الجديدة ، تسمى هذه الحالة (التغيير باستخدام سنة اساس ثابت) .

مثال :

الجدول التالي يبين الرقم القياسي للاسعار لبعض المواد الغذائية في احد الاقطار للسنوات 1985 – 1992 ، وحيث كانت سنة 1985 هي سنة الاساس .

المطلوب : تحويل سنة الاساس الى العام 1990 .

الرقم القياسي على اساس سنة 1990	الرقم القياسي على اساس سنة 1985	السنوات
$\frac{100}{114} * 100 = 87.7$	100	1985
$\frac{108.1}{114} * 100 = 94.8$	108.1	1986
$\frac{110.1}{114} * 100 = 96.6$	110.1	1987
$\frac{106.8}{114} * 100 = 93.7$	106.8	1988
$\frac{106}{114} * 100 = 93$	106	1989
$\frac{114}{114} * 100 = 100$	114	1990
$\frac{108.6}{114} * 100 = 95.2$	108.6	1991
$\frac{111.4}{114} * 100 = 97.7$	111.4	1992

الاساس المتحرك : في حالة استخدام الاساس المتحرك لأي سلسلة يتم اتباع طريقة تسلسل الارقام حيث تكون سنة الاساس هي السنة السابقة لكل منها حيث تقارن قيمة الظاهرة في فترة معينة بقيمتها في الفترة السابقة لها مباشرة .

مثال :

في ما يلي بيانات عن الانتاج الصناعي لأحدى الدول للفترة من عام 1980 وحتى عام 1989 .

المطلوب : حسب الرقم القياسي بأستخدام الاساس المتحرك .

الرقم القياسي باستخدام الاساس المتحرك	قيمة الانتاج الصناعي	السنوات
لايوجد رقم قياسي	361	1980
$\frac{352}{361}x100 = 97.5$	352	1981
$\frac{345}{352}x100 = 98$	345	1982
$\frac{326}{345}x100 = 94.5$	326	1983
$\frac{326}{326}x100 = 100$	326	1984
$\frac{314}{326}x100 = 96.5$	314	1985
$\frac{311}{314}x100 = 99$	311	1986
$\frac{343}{311}x100 = 110.3$	343	1987
$\frac{343}{343}x100 = 100$	343	1988
$\frac{353}{343}x100 = 103$	353	1989

اختبار الارقم القياسية :

هنالك عدة اختبارات رياضية يمكن اجراءها على الارقم القياسية للتعرف على مدى اتساقها (مدى دقة الرقم القياسي) . ويعتبر الرقم مثالياً اذا اجتاز هذه الاختبارات . ومن الاختبارات المستخدمة للتعرف على دقة هذه الارقام هي :

1- اختبار الانعكاس في الزمن :

في هذا الاختبار يتم استبدال الارقم الدالة على الزمن للرقم القياسي للسعر او للكمية او للقيمة وفي جميع الارقام القياسية البسيطة والمرجحة ، فاذا كان الرقم القياسي الناتج هو مقلوب الرقم القياسي الاصلي اي ان حاصل ضربهما يساوي الواحد صحيح ، فان هذا الرقم قد اجتاز اختبار الانعكاس في الزمن . اي ان :

الرقم القياسي الاصلي x بديله الزمني لمقلوب الرقم = 1

مثال :

اذا كان لدينا الرقم القياسي التجميعي للاسعار هو :

$$I(p) = \frac{\sum p_n}{\sum p_0}$$

فاذا استبدلت اسعار المقارنة بأسعار الاساس عندئذ يكون بديله الزمني هو :

$$\text{البديل الزمني} = \frac{\sum p_0}{\sum p_n}$$

اذن الرقم القياسي الاصلي x بديله الزمني =

$$\frac{\sum p_n}{\sum p_0} \; x \; \frac{\sum p_0}{\sum p_n} = 1$$

بما ان النتيجة تساوي واحد ، هذا معناه ان الرقم اجتاز اختبار الانعكاس في الزمن .

مثال :

لو فرضنا ان الرقم القياسي التجميعي للاسعار المرجح بكميات سنة الاساس (رقم لاسبير) حيث يساوي : $I(p) = \frac{\sum p_n}{\sum p_0}\frac{q_0}{q_0}$

وحيث ان البديل الزمني = $\frac{\sum p_0 q_n}{\sum p_n q_n}$

اذن الرقم القياسي الاصلي x بديله الزمني =

$$\frac{\sum p_n}{\sum p_0}\frac{q_0}{q_0} \, x \, \frac{\sum p_0 \, q_n}{\sum p_n q_n} \neq 1$$

اذن الرقم القياسي للاسعار المرجح بكميات سنة الاساس لا يحقق اختبار الانعكاس في الزمن .

مثال :

اذا كان الرقم القياسي الامثل للاسعار هو :

$$I_F = \sqrt{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} \, \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}}$$

وبديله الزمني كالتالي :

$$\text{البديل الزمني} = \sqrt{\frac{\sum p_0 q_n}{\sum p_n q_n} \, \frac{\sum p_0 q_0}{\sum p_n q_0}}$$

اذن الرقم القياسي الاصلي x البديل الزمني =

$$\sqrt{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} \, \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}} \;\; \mathrm{x} \; \sqrt{\frac{\sum p_0 q_n}{\sum p_n q_n} \, \frac{\sum p_0 q_0}{\sum p_n q_0}} = 1$$

اذن الرقم القياسي الامثل للأسعار يجتاز اختبار الانعكاس في الزمن .

2- اختبار الانعكاس في المعامل :

هذا الاختبار يعتمد على انه اذا استبدلت رموز الاسعار p بالكميات q في صيغة الرقم القياسي للاسعار والكميات مع الابقاء على دليل الزمن حصلنا على صيغة الرقم القياسي للكمية او للسعر حيث يسمى ذلك بالبديل العاملي (المعاملي) واذا كان حاصل ضرب الرقم القياسي x بديله يساوي الرقم القياسي للقيمة ، فيقال بأن الرقم قد اجتاز اختبار الانعكاس في المعامل .

$$\text{الرقم القياسي التجميعي للاسعار} = \frac{\sum p_n}{\sum p_0}$$

$$\text{الرقم القياسي التجميعي للقيمة} = \frac{\sum v_n}{\sum v_0} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

البديل العاملي : $\frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$

اذن : الرقم القياسي x بديله العاملي = الرقم القياسي للقيمة

مثال :

لو فرضنا بان الرقم القياسي التجميعي للاسعار المرجح بكميات سنة الاساس هو :

$$I_L = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0}$$

بديله العاملي هو :

$$\text{البديل العاملي} = \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0}$$

اذن : الرقم القياسي x بديله العاملي = الرقم القياسي للقيمة

$$\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} \; x \; \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0} \neq \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

اذن : الرقم القياسي للاسعار بصيغة لاسبير لا يحقق اختبار الانعكاس في المعامل .

مثال :

لو فرضنا ان الرقم القياسي الامثل(فيشر) للاسعار :

$$I_F = \sqrt{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}}$$

اما بديله العاملي :

$$\text{البديل العاملي} = \sqrt{\frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0} \frac{\sum q_n p_n}{\sum q_0 p_n}}$$

اذن : الرقم القياسي الاصلي X بديله العاملي =

$$\sqrt{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} \; x \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0} \frac{\sum q_n p_n}{\sum q_0 p_n}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}\right)^2} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

اذن الرقم القياسي الامثل يمتاز باجتياز الانعكاس في المعامل .

3- الاختبار الدائري :

في هذا الاختبار لنفرض لدينا اسعار سلعة معينة من اربع فترات زمنية او اربع اماكن وحيث كانت مناسيب الاسعار في هذه الفترات او الاماكن (والتي سيُرمز لها بالرمز x_i , $i= 1,2,3,4$) هي كما يلي :

منسوب السعر في السنة الثانية بالنسبة للسنة الاولى كأساس :

$$x_1 = \frac{2}{1} \; ; (1,2)$$

منسوب السعر في السنة الرابعة بالنسبة للسنة الثالثة كأساس :

$$x_2 = \frac{4}{3} \; ; (3,4)$$

منسوب السعر في السنة الاولى بالنسبة للسنة الرابعة كأساس :

$$x_3 = \frac{1}{4} \; ; (4,1)$$

منسوب السعر في السنة الثالثة بالنسبة للسنة الثانية كأساس :

$$x_4 = \frac{3}{2} \; ; (2,3)$$

فان حاصل ضرب هذه المناسيب لابد وان يساوي الواحد صحيح .

اي ان الاختبار الدائري يعني :

$$x_1 \,.\, x_2 \,.\, x_3 \,.\, x_4 = 1$$

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} = 1$$

مثال :

بين مستخدماً بيانات الجدول التالي هل ان صيغة مارشال لاستخراج الرقم القياسي للاسعار . تحقق من اختباري الانعكاس في الزمن والانعكاس في المعامل ؟ اذا علمت ان بأن سنة الاساس هي 1990 .

نوع السلعة	الاسعار	الكميات

	1990	1991	1990	1991
A	5	8	2	3
B	12	20	1	5
C	6	30	4	1

الحل :

لأختبار تحقق اختبار الانعكاس في الزمن والانعكاس في المعامل ، نجد الرقم القياسي لمارشال :

$$I_M = \frac{\sum p_n(q_n + q_0)}{\sum p_0\,(q_n + q_0)}$$

نوع السلعة	الاسعار		الكميات		q_n+q_0	$p_n(q_0+q_n)$	$p_0(q_0+q_n)$	p_0+p_n	$q_n(p_0+p_n)$	$q_0(p_0+p_n)$
	1990 p_0	1991 p_n	1990 q_0	1991 q_n						
A	5	8	2	3	5	8x5=40	5x5=25	13	3x13=39	2x13=26
B	12	20	1	5	6	20x6=120	12x6=72	32	5x32=160	1x32=32
C	6	30	4	1	5	30x5=150	6x5=30	36	1x36=36	4x36=144
						310	127		235	202

$$I_M = \frac{310}{127}$$

$$\text{البديل الزمني} = \frac{\sum p_0(q_0 + q_n)}{\sum p_n\,(q_0 + q_n)} = \frac{127}{310}$$

الرقم القياسي الاصلي x بديله الزمني =

$$\frac{310}{127}\ x\ \frac{127}{310} = 1$$

بما ان النتيجة يساوي واحد ، اذن رقم مارشال يجتاز الانعكاس في الزمن .

ولاختبار الانعكاس في المعامل ، نجد ان :

$$\text{البديل العاملي} = \frac{\sum q_n(p_0 + p_n)}{\sum q_0(p_0 + p_n)}$$

$$= \frac{235}{202}$$

الرقم القياسي الاصلي x البديل العاملي = (؟) منسوب القيمة

$$\text{منسوب القيمة} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

نضيف عمودين الى الجدول اعلاه لايجاد منسوب القيمة وكما يلي :

نوع السلعة	الاسعار		الكميات		p_nq_n	p_0q_0
	1990 p_0	1991 p_n	1990 q_0	1991 q_n		
A	5	8	2	3	24	10
B	12	20	1	5	100	12
C	6	30	4	1	30	24
					154	

$$\text{منسوب القيمة} = \frac{154}{46} = 3.34$$

الرقم القياسي الاصلي x البديل العاملي =

$$\frac{310}{127}\ x\ \frac{235}{202} = 2.83$$

بما ان النتيجتين غير متساوية ، اذن الرقم القياسي بصيفة مارشال لا يحقق الانعكاس في المعامل .

السلاسل الزمنية : Time series

مجموعة من القياسات المسجلة لمتغير واحد أو أكثر مرتبة وفق حدوثها في الزمن وتعطي قيم ظاهرة محددة ونقرأ هذه القيم من اليسار إلى اليمين فنقول أن أول n من هذه المشاهدة هي (x_1 . x_2 , x_3 , ...,x_n.) ,وتعتبر السلاسل الزمنية من أهم أساليب التنبؤ حول المستقبل من خلال وقائع الأمس واليوم .

رياضياً : نقول أن متغير الزمن المستقل (t) والقيم المناظرة له المتغير التابع (y) وإن كل قيمة في الزمن t يقابلها قيم للمتغير التابع y فإن y دالة في الزمن t .

تعتبر من أهم السلاسل الزمنية تلك السلاسل الزمنية الخاصة بالمؤشرات الاقتصادية وكذلك بالمبيعات السنوية التي تتعلق بالشركات بكافة أوجه نشاطاتها وكذلك بالتعليم وحجم السكان وما يؤول لذلك، والتغير الذي يحدث في محتوى قيم متغير داخل السلسلة الزمنية أو بالنسبة لقيم متغيراتها يعتبر بأنه دالة في محتوى الزمن يمكن تمثيلها بصورة بيانية باتخاذ المحور الأفقي للزمن واعتبار أن المحور الرأسي لقيم يحملها المتغير.

اهمية التحليل الاحصائي للسلسلة الزمنية :

1- التحليل الاحصائي له اهمية كبيرة في السلاسل الزمنية حيث من خلال هذا التحليل يتمكن رجال الاعمال من وضع السياسات المستقبلية لمؤسساتهم الاقتصادية .

2- من خلال التحليل الاحصائي نتعرف على طبيعة العلاقة بين الزمن والظاهرة .

3- من الممكن دراسة العوامل الاخرى المحيطة بالظاهرة والتي قد تؤثر على الظاهرة .

4- دراسة التغيرات الديناميكية الحاصلة للظاهرة واعطاء التفسيرات لمثل هذه التغيرات .

مقاييس التغير الديناميكي للسلسلة الزمنية :

هناك بعض المقاييس التي تهتم بالتغير الديناميكي للسلسلة الزمنية والتي تفيد في قياس التغير الحال في فترتين زمنيتين فقط ومن هذه المقاييس .

1- التغير المطلق (التغير الكمي) :

وهو عبارة عن الفرق بين قيمة الظاهرة في سنة معينة (كسنة المقارنة) وقيمتها في السنة (سنة الاساس) السابقة لها مباشرة في حالة استخدام الاساس المتحرك ، اما اذا كانت سنة الاساس ثابتة فهذا يعني اننا نستخدم الاساس الثابت ، والتغير المطلق يرمز له بالرمز (Δ) فاذا فرضنا ان قيم الظاهرة لفترات زمنية مختلفة هي : $y_1 , y_2 , y_3 , \dots , y_n$

فان التغير المطلق الاول : $\Delta_1 = y_2 - y_1$

التغير المطلق الثاني : $\Delta_2 = y_3 - y_2$

:

:

$$\Delta_{n-1} = y_n - y_{n-1}$$

2- معامل التغير النسبي :

هو عبارة عن مقياس نسبي لقياس نسبة التغير في قيمة الظاهرة في فترة محددة (t_n) بالنسبة الى الفترة السابقة لها مباشرة (t_{n-1}) ويمكن التعبير عنه رياضياً بما يلي :

$$\text{معامل التغير النسبي} = \frac{y_n}{y_{n-1}} \, x \, 100$$

3- معدل التغير النسبي : هو عبارة عن مقياس لنسبة الزيادة او النقص في قيمة الظاهرة خلال فترتين زمنيتين، فلو طرحنا الواحد صحيح او 100% من معامل التغير النسبي نحصل على معدل التغير النسبي :

$$\text{معامل التغير النسبي} = \left(\frac{y_n}{y_{n-1}} - 1\right) x \, 100$$

وهناك مقياس اخر يظهر التغييرات الديناميكية الحاصلة في السلسلة الزمنية ككل ، وهذا المقياس هو :

متوسط التغير النسبي : وهو عبارة عن الجذر (n-1) بحاصل ضرب معاملات التغير النسبي . ويمكن التعبير عنه رياضياً بما يلي :

$$\text{متوسط التغير النسبي} = \sqrt[(n-1)]{\frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \frac{y_4}{y_3} \ldots \frac{y_n}{y_{n-1}}} \; x\ 100$$

ولكن يعاب على هذا المقياس انه يتأثر بالقيم الشاذة حيث انه يهتم بالقيم الكبيرة والصغيرة على حد سواء ، وهذا الاختلاف سيكون له نتائج سلبية على التغيرات الحاصلة في السلسلة الزمنية .

لذلك يمكن ان نستخدم اسلوباً اكثر دقة لأظهار هذه الاختلافات او التغيرات وبدون ان يتأثر بالقيم الشاذة في السلسلة الزمنية وهذا الاسلوب هو تقسيم السلسلة الزمنية الى قسمين متساويين ومن ثم نحسب الوسط الحسابي $\bar{y}$ لكل قسم فنحصل على $\bar{y}_2$, $\bar{y}_1$. حيث ستكون الصيغة العامة لمتوسط التغير النسبي هي :

$$\text{متوسط التغير النسبي} = \sqrt[(n-1)]{\left(\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}\right)^2} \; x\ 100$$

مثال :

في ما يلي سلسلة زمنية لمبيعات احدى المنشآت التجارية . المطلوب : حساب المقاييس الخاصة بالتغير الديناميكي .

المبيعات	السنة
20	1991
22	1992
19	1993
23	1994
25	1995

1996	26
1997	26
1998	24
1999	28
2000	30

الحل :

نجد مقاييس التغير الديناميكي وهي : التغير المطلق , معامل التغير النسبي ، معدل التغير النسبي ، وكما يلي :

السنة	المبيعات	التغير المطلق $y_n - y_{n-1}$	معامل التغير النسبي $\frac{y_n}{y_{n-1}}\ x\ 100$	معدل التغير النسبي
1991	20	-	-	-
1992	22	(22-20) = 2	$\frac{22}{20}x100 = 110\%$	10%
1993	19	(19-22) = -3	$\frac{19}{22}x100 = 86\%$	-14%
1994	23	(23-19) = 4	$\frac{23}{19}x100 = 121\%$	21%
1995	25	(25-23) = 2	$\frac{25}{23}x100 = 108.7\%$	8.7%
1996	26	26-25=1	$\frac{26}{25}x100 = 104\%$	4%
1997	26	26-26 = 0	$\frac{26}{26}x100 = 100\%$	zero

1998	24	24-26= -2	$\frac{24}{26}x100 = 92.3\%$	-7.7%
1999	28	28-24 = 4	$\frac{28}{24}x100 = 117\%$	17%
2000	30	30-28 = 2	$\frac{30}{28}x100 = 107.1\%$	7.1%

متوسط التقدير النسبي $= \sqrt[(10-1)]{\frac{22}{20}\cdot\frac{19}{22}\cdot\frac{23}{19}\cdot\frac{25}{23}\cdot\frac{26}{25}\cdot\frac{26}{20}\cdot\frac{24}{26}\cdot\frac{28}{24}\cdot\frac{30}{28}}$

بعد اجراء الاختصارات نحصل على :

$$= \sqrt[9]{\frac{30}{20}}\ x\ 100$$

= (1.046)x 100 = 104.6

وكذلك فان متوسط التغير النسبي في حالة السلسة الزمنية ككل :

$$\bar{y}_1 = \frac{20+22+14+25+25}{5} = 21.8$$

$$\bar{y}_2 = \frac{26+26+24+28+30}{5} = 26.8$$

متوسط التغير النسبي $= \sqrt[(n-1)]{\left(\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}\right)^2}\ x\ 100$

$$= \sqrt[9]{\left(\frac{26.8}{21.8}\right)^2}\ x\ 100 = 1.047\ x100$$

= 104.7

اذا كانت عدد السنين فردية وعند ايجاد الوسط الحسابي نقسم هذه السنين الى منطقتين ، كل منطقة تحوي نفس العدد من السنين ففي حالة السنين الفردية نهمل السنة الاولى او الاخيرة ويكون الجذر لـ (n) يعد الطرح.

العناصر المكونة للسلسلة الزمنية :

1.3.2 الاتجاه العام [16] Trend

هو التغير في قيمة الظاهرة على المدى الطويل ويرمز لهُ بالرمز (T) والاتجاه العام للسلسلة الزمنية يمكن تمثيله بخط مستقيم إذا كان التغير في قيمة الظاهرة يسير بنسبة ثابتة مع الزمن او بخط غير مستقيم إذا كان التغير في قيمة الظاهرة متغيراً وليس ثابتاً، اذ لا يمكن تمثيله بخط مستقيم وإنما بمنحني، ويكون الاتجاه العام موجباً اذا اتجهت قيم الظاهرة نحو التزايد مدة بعد اخرى ويكون سالباً اذا اتجهت قيم الظاهرة نحو التناقص مدة بعد اخرى، و يكون خطياً او غير خطياً كما في المنحنى الأُسي .

2.3.2 التغيرات الموسمية Seasonal Variation

وهيَ التغيرات التي تحصل على قيمة الظاهرة في مدد زمنية اقل من سنة كالتغيرات الفصلية والشهرية واليومية وتظهر في الموسم نفسه من السنة اللاحقة فالتغيرات المناخية تعتبر من اهم العوامل التي تسبب التغيرات الموسمية فأختلاف المناخ في فصول السنة والعادات الاجتماعية والدينية تُعد اهم الاسباب الرئيسة في التغيرات الموسمية، ويرمز للتغيرات الموسمية بالرمز (S) .

3.3.2 التغيرات الدورية Cyclical Variation

وهيَ التغيرات التي تحصل على قيمة الظاهرة بصورة دورية وتعيد نفسها خلال مدد زمنية تزيد عن السنة الواحدة وتسمى هذه التغيرات بالتذبذبات الدورية وتكون هذه التذبذبات اقل انتظاماً من التغيرات الموسمية اذ ان الذبذبة الواحدة لا تتكرر بالطول نفسه او القوة كمددالركود والازمات الاقتصادية التي تحدث بصورة دورية ويرمز لهذه التغيرات بالرمز (C) . والدورة هيَ المسافة بين التقعرين او التحدبين في منحنى السلسلة الزمنية .

4.3.2 التغيرات العرضية Irregular Variations

هي التغيرات التي تحدث بصورة عرضية او عشوائية والتي تنتج عن حوادث غير متوقعة كالأوبئة والزلازل وتحدث حركات واتجاهات لا يمكن تمييزها لأنها لا تحدث بانتظام ويرمز لهذه التغيرات بالرمز (I) .

نماذج السلسلة الزمنية :

هناك إنموذجان للسلسلة الزمنية يوضحان العلاقة بين المكونات الاربعة وتحديد هذه المكونات يعتمد على نوع الانموذج المستعمل في التعبير عن قيمة الظاهرة :

1.4.2 الانموذج التجميعي Additive Model

يعبر الانموذج التجميعي عن قيمة الظاهرة Y_t كحاصل جمع لمكوناتها الرئيسة الاربعة والتي هي : الاتجاه العام والتغيرات الموسمية والتغيرات الدورية والتغيرات العرضية . وهذا الانموذج يفترض ان العوامل الاربعة مستقلة عن بعضها وهذه حالة نادرة في الحياة العملية، اذ ان التغير في احد العوامل لهُ تأثير على العوامل الاخرى في السلسلة الزمنية مما يتناقض مع شرط الاستقلالية .

$$Y(t) = T_t + S_t + C_t + I_t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2\text{-}1)$$

اذ ان :

T_t : الاتجاه العام

S_t : التغيرات الموسمية

C_t : التغيرات الدورية

I_t : التغيرات العرضية

ممكن استخدام هذا النموذج لايجاد قيم الظاهرة في حالة كون العناصر الاربعة معروفة وكما في المثال التالي :

مثال :

الجدول التالي يمثل سلسلة زمنية من سنتين ولكل فصل من فصول السنة ، المطلوب : ايجاد قيم الظاهرة الزمنية المذكورة .

قيم الظاهرة التقديرية	التغيرات العشوائية I	التغيرات الدورية C	التغيرات الموسمية S	الاتجاه العامT	الفصل	السنة
130	-2	-13	5	140	1	1990
127	8	-12	-10	141	2	
135	6	-10	-3	142	3	
140	-6	-5	8	143	4	
132	-15	-2	5	144	1	1991
129	-5	-1	-10	145	2	
145	2	0	-3	146	3	
158	1	2	8	147	4	

ب- نموذج حاصل الضرب :

وفي هذا النموذج يفترض ان قيمة الظاهرة Y_t في فترة زمنية معينة هي عبارة عن حاصل ضرب العناصر الاربعة اي :

$$y_t = T.S.C.I$$

قيم الظاهرة التقديرية حسب النموذج الضربي	التغيرات العشوائية I	التغيرات الدورية C	التغيرات الموسمية S	الاتجاه العامT	الفصل	السنة
18200	-2	-13	5	140	1	1990
135360	8	-12	-10	141	2	
25560	6	-10	-3	142	3	
34320	-6	-5	8	143	4	
21600	-15	-2	5	144	1	1991
-7250	-5	-1	-10	145	2	
0	2	0	-3	146	3	
2352	1	2	8	147	4	

تحليل مكونات السلسلة الزمنية:

1- الاتجاه الخطي :

طريق قياس الاتجاه العام الخطي :

هناك عدة طرق يمكن ان نقيس بها الاتجاه العام والذي ياخذ الشكل الخطي للظاهرة الدورية ومن هذه الطرق :

أ- طريقة متوسطي نصفي السلسلة الزمنية .

ب- طريقة المتوسطات المتحركة .

جـ - طريقة المربعات الصغرى .

أ- طريقة متوسطي نصفي السلسلة الزمنية :

في هذه الطريقة تقسم السلسلة الزمنية الى قسمين متساويين قدرالامكان ومن ثم يتم حساب المتوسطات الحسابية لكل قسم ، اي للقسم الاول $\bar{y}_1$ والقسم الثاني $\bar{y}_2$.

حيث ان :

$\bar{y}_1$ يمثل الوسط الحسابي للقسم الاول من السلسلة. وهذه تمثل قيمة اتجاهية تقابل السنة $(\frac{n+2}{4})$ اي في منتصف الفترة الاولى (القسم الاول) .

$\bar{y}_2$: يمثل الوسط الحسابي للقسم الثاني من السلسلة. وهذه تمثل قيمة اتجاهية تقابل السنة $(\frac{3n+2}{4})$ اي في منتصف الفترة الثانية .

حيث ان n تمثل عدد سنوات السلسلة .

بعد ذلك نوصل بين النقطتين (القسمين) لكي نحصل على خط الاتجاه العام , وبأستخدام بعض الطرق الرياضية يمكن نحصل على قيمة ثوابت معادلة خط الاتجاه العام والتي هي :

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

حيث ان:

α (وتقرأ الفا) و β (وقرأ بيتا) تمثل ثوابت المعادلة .

x : يمثل التغير الزمني في السلسلة .

$\hat{y}$: (تقرأ y hat) تمثل قيم الظاهرة التقديرية .

مثال :

ادناه السلسلة الزمنية بمبيعات احدى المؤسسات التجارية . المطلوب :

1- حساب معادلة خط الاتجاه العام لهذه السلسلة .

2- ايجاد القيمة الاتجاهية للمبيعات لسنة 1991 .

المبيعات	السنة
60	1990
70	1991
95	1992
100	1993
120	1994
130	1995
110	1996
115	1997
125	1998
130	1999
	2000
	2001

اولا" : نقسم السلسلة الى قسمين ونجد الوسط الحسابي لكل قسم . بمعنى سيكون لدينا معادلتين تقديريتين $\hat{y}$. بما ان عدد السنين يساوي 10 ، اذن القسم الاول من السلسلة يتكون من 5 سنوات ، نجد الوسط الحسابي للقيم المقابلة للسنوات الخمسة الاولى وكما يلي :

$$\bar{y}_1 = \frac{60 + 70 + 95 + 100 + 120}{5} = 89$$

وهي تمثل α_1 وهذه تقابل القيمة للسنة التي تسلسلها ($\frac{n+2}{4} = \frac{10+2}{4} = 3$) وهي السنة 1992.

$$\bar{y}_2 = \frac{130 + 110 + 115 + 125 + 130}{5} = 122$$

وهي تمثل α_2 وهذه تقابل القيمة للسنة التي تسلسلها ($\frac{3n+2}{4} = \frac{30+2}{4} = 8$) وهي السنة 1997.

ولأستخراج قيمة β ، نفرض ان A_1 , A_2 هما ترتيب السنة 1992 و 1997 على التوالي ، عندئذ فان :

$$\beta = \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{A_2 - A_1} = \frac{122 - 89}{8 - 3} = 6.6$$

اذن ستكون المعادلتين التقريبيتين كما يلي :

$$\hat{y}_1 = \alpha_1 + \beta x$$

$\hat{y}_1 = 89 + 6.6x$ معادلة خط الاتجاه العام للقسم الاول على اساس سنة 1992

$\hat{y}_2 = 122 + 6.6x$ معادلة خط الاتجاه العام للقسم الثاني على اساس سنة 1997

ولإيجاد القيمة الاتجاهية التقديرية لسنة 2001 يمكن استخدام كلا المعادلتين لاستخراج تلك القيمة:

الخطوة الاولى نجد قيم X ، وذلك حسب الخطوات التالية :

1- بما ان تسلسل الوسط الحسابي للقسم الاول كان القيمة التي تقابل سنة 1992 اذن Xعند سنة 1992 تساوي صفر . ثم نطرح 1 للسنوات التي تسبق 1992 ، ونزيد 1 للسنوات التي بعد 1992 . وكما في الجدول التالي .

2- بما ان تسلسل الوسط الحسابي للقسم الثاني كان القيمة التي تقابل سنة 1997 اذن Xعند سنة 1997 تساوي صفر . ثم نطرح 1 للسنوات التي تسبق 1997 ، ونزيد 1 للسنوات التي بعد 1997 .

السنة	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2000	2001	2002
X القسم الاول	-2	-1	X=0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X القسم الثاني						-2	-1	X=0	1	2	3	4

3- نجد المعادلتين التقديريتين بالتعويض عن قيمة X حسب قيمتها بالقسم الاول او الثاني

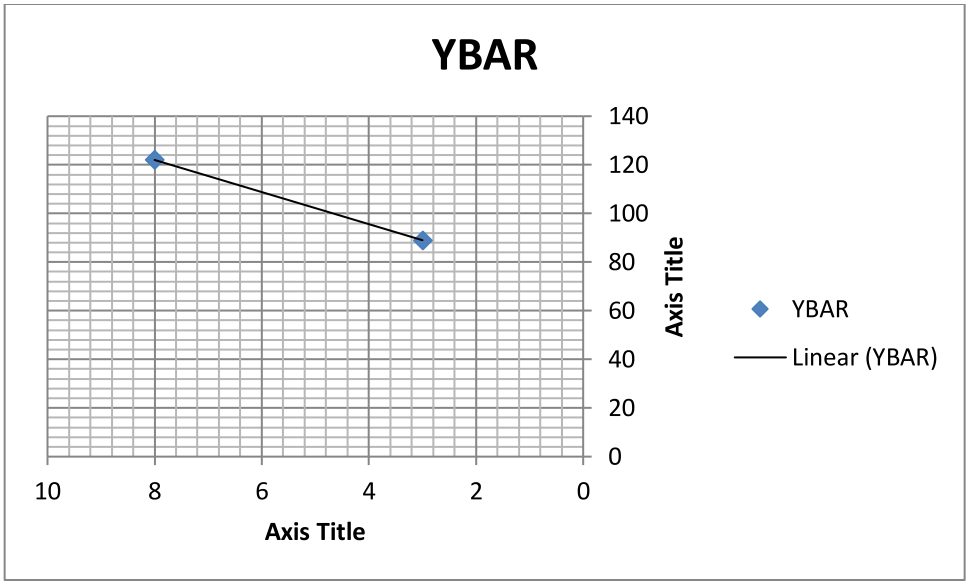
$$\hat{y}_1 = 89 + 6.6(9)$$

$=148.4$ القيمة التقديرية لسنة 2002 بالنسبة لمعادلة القسم الاول

$$\hat{y}_2 = 122 + 6.6(4)$$

$=148.4$ القيمة التقديرية لسنة 2002 بالنسبة لمعادلة القسم الثاني

اما بالنسبة للرسم ، فنجده عن طريق تحديد قيمتي الوسط الحسابي مقابل كل X ثم نصل بينهما .



شكل رقم (1) : رسم معادلة الاتجاه العام

مزايا وعيوب متوسطي نصفي السلسلة :

1- في حالة كون السلسلة الزمنية فردية حيث لايمكن تقسيمها الى قسمين متساويين ففي هذه الحالة يمكن اهمال السنة الاولى من السلسلة او السنة الوسطى .

2- بما ان هذه الحالة تعتمد على حساب الوسطين الحسابيين لكلا القسمين لذلك تتاثر هذه الطريقة بالقيم المتطرفة .

3- تقل الدقة في حساب معادلة الاتجاه العام في هذه الطريقة كلما قصرت السلسلة الزمنية .

4- ان هذه الطريقة تستخدم فقط في حالة كون البيانات تمثل خط مستقيم للاتجاه العام او قريباً من الخط المستقيم .

ب – طريقة المتوسطات المتحركة :

تعتمد هذه الطريقة على انه اذا حسب متوسط قيم السلسلة ولفترة زمنية كافية فان تأثيرات التقلبات القصيرة المدى سيمكن التخلص منها . وطريقة حساب المتوسطات المتحركة تعتمد على

طول الفترة الزمنية المحددة كطول للوسط المتحرك . حيث يمكن اعتبار الاوساط قيماً اتجاهية للسنة المتوسطة المناظرة .

3- طريقة المربعات الصغرى:Least Square Method

الطريقة الأكثر استخداماً بها يتم التقليل من مجموع مربعات الفروق بين القيم الفعلية والقيم المحسوبة حيث القيم الفعلية هي الزمن والقيم المحسوبة قيم المتغير المطلوب له إيجاد اتجاهه العام وسنرمز بالرمز X للقيم الفعلية وبالرمز $\hat{Y}$ لقيم الاتجاه المحتسبة.

لنفرض ان قيم الظاهرة التي لدينا تمثلها النقاط $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ حيث ان x_n تمثل التغير الزمني خلال الفترة (n) و y_n تمثل قيم الظاهرة خلال الفترة (n) , ولأجل معرفة نوع الشكل الذي يأخذه الاتجاه العام ، نرسم بيانات السلسلة الزمنية فاذا تبين انه خط مستقيم مثلاً فان معادلة الاتجاه العام هي :

$y = a + bx + e$ المعادلة الحقيقية

$\hat{y} = a + bx$ المعادلة التقديرية

(ملاحظة : a تعادل α)

من المعادلتين الطبيعتين التاليتين نجد الثوابت a و b كما في الخطوات التالية :

1- نضرب المعادلة الحقيقية (بعد حذف e) برمز الجمع $\sum$ نحصل على :

$$\sum y = na + b\sum x \;\ldots.. \;(1)$$

ثم نضرب المعادلة الحقيقية (بعد حذف e) بـ $(\sum x)$ نحصل على :

$$\sum xy = a\sum x + b\sum x^2 \;\ldots.. \;(2)$$

وباستخدام اسلوب الانحرافات لحل المعادلتين نحصل على :

$$\sum y = na + b\sum x \qquad \ldots.. \;(1) \qquad x = x - \bar{x}$$

$\sum xy = a \sum x + b\sum x^2$ ..... (2)

وبما ان $\sum x = 0$ ، اذن نحصل على المعادلات التالية :

$\sum y = na \rightarrow a = \frac{\sum y}{n}$ ..... (1)

$\sum xy = +b\sum x^2 \rightarrow b = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$ ..... (2)

ولايجاد المعادلة التقديرية لأي سلسلة زمنية نتبع مايلي :

1- في حالة عدد سنوات السلسلة عدد فردي :

مثال :

افرض لدينا البيانات التالية خلال الفترة 1994 – 1990 .

x	1990	1991	1992	993	1994
y	5	8	12	15	20

المطلوب :

1- ايجاد معادلة الاتجاه العام .

2- تحديد القيم الاتجاهية (ŷ)خلال الفترة المذكورة .

3- رسم خط الاتجاه العام للبيانات الاصلية والتقديرية .

الحل :

نجد ثوابت المعادلة التقديرية وهي a , b وهذا يحتاج الى تكملة الجدول اعلاه لأستخراج قيم الثوابت وكما يلي :

x	y	$x = \text{x}-\bar{\text{x}}$	xy	x^2
1990	5	1990 – 1992= -2	-2*5 = -10	4
1991	8	1991 – 1992 = -1	1*8 = 8	1

1992	12	1992- 1992 = 0	0 * 12 = 12	0
1993	15	1993 – 1992= 1	1* 15 = 15	1
1994	20	1994 – 1992 = 2	2* 20 = 40	4
∑	60	0	37	10

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{60}{5} = 12$$

$$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{37}{10} = 3.7$$

تصبح معادلة خط الاتجاه العام كما يلي :

$$\hat{y} = 12 + 3.7x$$

ولايجاد القيم التقديرية $\hat{y}$ ، نعوض قيم x في المعادلة اعلاه وكما يلي :

y	x	$\hat{y}$
5	-2	$\hat{y}_{1990} = 12 + 3.7(-2) = 4.6$
8	-1	$\hat{y}_{1991} = 12 + 3.7(-1) = 8.3$
12	0	$\hat{y}_{1992} = 12 + 3.7(0) = 12$
15	1	$\hat{y}_{1993} = 12 + 3.7(1) = 15.7$
20	2	$\hat{y}_{1994} = 12 + 3.7(2) = 19.4$

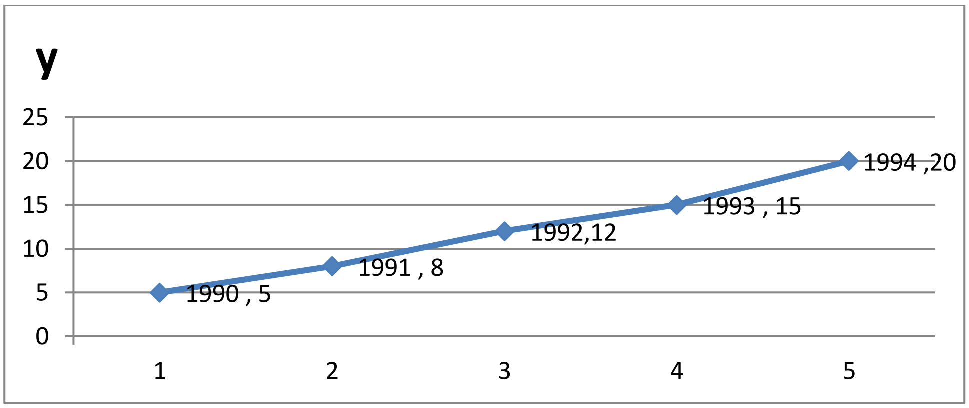
ورسم خط الاتجاه العام نتبع الخطوات التالي :

1- نقسم المحور السيني حسب قيم x (التي تمثل السنوات).

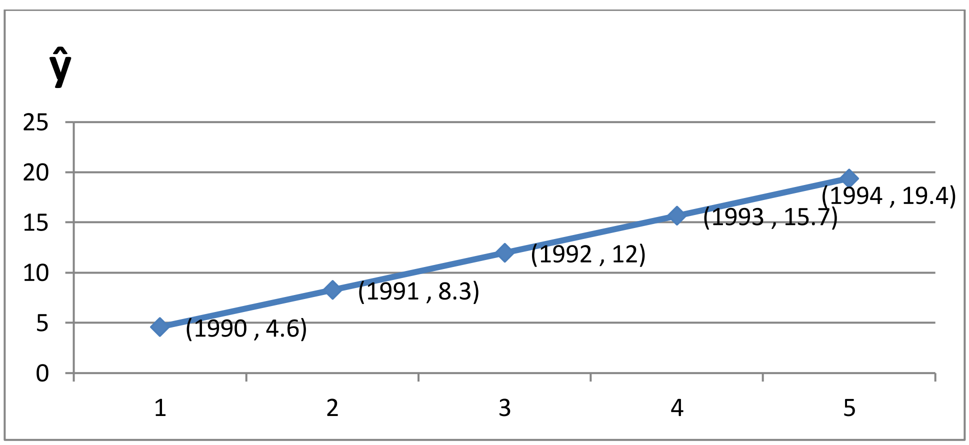
2- نحدد قيم y (الحقيقية) على المحور الصادي . (في حالة القيم التقديرية نستخدم قيم ŷ)

3- نحدد نقاط (x , y) .

4- نصل بين النقاط ، ينتج لنا خط الاتجاه العام .

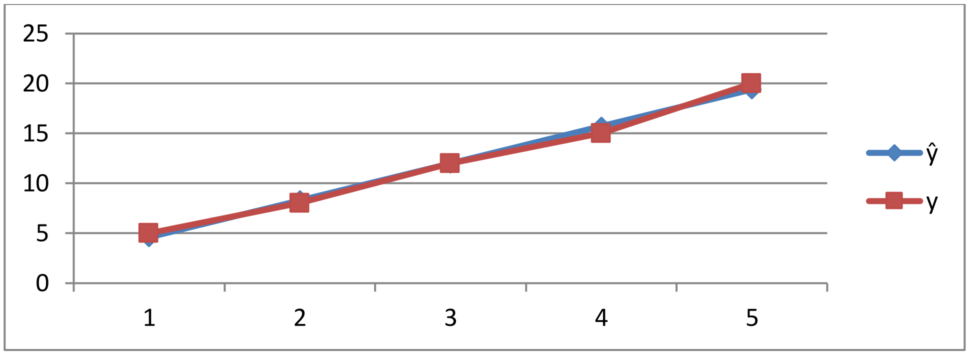


القيم الحقيقية y – السنوات x



القيم الحقيقية y – السنواتx

اذا دمجنا القيم الحقيقية و التقديرية في مخطط واحد ينتج لنا :



القيم الحقيقية والتقديرية

2- في حالة عدد السنوات زوجي :

لدينا البيانات التالية :

x	1990	1991	1992	993	1994	1995
y	5	8	12	15	20	25

المطلوب :

ايجاد معادلة خط الاتجاه العام للبيانات المذكورة .

الحل :

بما ان عدد السنين زوجي نتبع الخطوات التالية :

1- ناخذ السنتين الوسطيتين ، وناخذ المعدل لهما ، وكما يلي :

$$(1992 + 1993) / 2 = 1992.5$$

2- عند ايجاد قيم x ستكون قيم غير صحيحة لذلك يتم ضربها بـ 2 للتخلص من الكسور وما يلي :

x	y	$x = (x- \bar{x})$	$x=x*2$	xy	x^2
1990	5	1990-1992.5 = -2.5	-2.5 * 2 = -5	-5*5= -25	25

1991	8	1991 – 1992.5 = -1.5	-1.5 * 2 = -3	-3*8=-24	9
1992	12	1992 – 1992.5 = -0.5	-0.5 * 2 = -1	-1*12=12	1
1993	15	1993-1992.5 = 0.5	0.5 * 2 = 1	1*15=15	1
1994	20	1994-1992.5=1.5	1.5 * 2 = 3	3*20=60	9
1995	25	1995-1992.5=-2.5	-2.5*2 = 5	5*25=125	25
∑	85			139	70

$a = \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{85}{6} = 14.1$

$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{139}{70} = 1.98$

تصبح معادلة خط الاتجاه العام كما يلي :

$\hat{y} = 14.1 + 1.98\,x$