

الجامعة التقنية الشمالية
المعهد التقني كركوك
قسم تقنيات المحاسبة

الحقيبة الدراسية
لمادة الاحصاء
اعداد
مدرس المادة / مصطفى محمود متعب
ماجستير (عقد وزارى)
للعام الدراسي 2020-2021

جدول مفردات مادة الاحصاء

| المفردات | الاسبوع |
|--|---------|
| علم الاحصاء، تعريفه، أهميته، علاقته بالعلوم الاخرى ، تعريف الطريقة الاحصائية | 1 |
| تصنيف وتبويب البيانات ، تكوين الجداول التكرارية البسيطة والمزدوجة | 2 ، 3 |
| العرض البياني للبيانات المبوبة ، المدرج التكراري ، المصنع التكراري ، المنحنى التكراري ، المنحنى التكراري للمتجمع الصاعد والمتجمع النازل | 4 ، 5 |
| مقاييس النزعة المركزية ، مفهومها واستخداماتها ، الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة والبيانات المبوبة | 6 |
| الوسيط ، طرق حسابه للبيانات المبوبة وغير المبوبة حسابيا وبيانيا ، المنوال ، مفهومه ، حسابه للبيانات المبوبة وغير المبوبة (طريقة بيرسون حسابيا وبيانيا) | 7 ، 8 |
| مقاييس التشتت مفهومها واستخدامها ، المدى للبيانات المبوبة وغير المبوبة ، الانحراف الربيعي للبيانات غير المبوبة | 9 |
| الانحراف الربيعي للبيانات المبوبة حسابيا وبيانيا | 10 |
| الانحراف المعياري ، مفهومه واهميته ، طرق حسابه للبيانات المبوبة وغير المبوبة (الطريقة المطولة ، الطريقة المختصرة) | 11 ، 12 |
| الارتباط البسيط ، مفهومه ، طرق حسابه للبيانات غير المبوبة (الطريقة المطولة والطريقة المختصرة) | 13 ، 14 |
| ارتباط الرتب (سبيرمان وسبيرمان المعدل) | 15 ، 16 |
| ارتباط البيانات المبوبة (للصفات) | 17 |
| معامل الاقتران | 18 |
| معامل التوافق | 19 |
| السلاسل الزمنية ، مفهومها واستخدامها | 20 |
| طرق ايجاد خط الاتجاه العام (طريقة متوسط نصفي السلسلة ، طريقة المتوسطات المتحركة ، طريقة المربعات الصغرى) | 21 ، 22 |
| الارقام القياسية ، مفهومها واستخدامها | 23 |
| الارقام القياسية البسيطة | 24 |
| حساب الارقام القياسية المرجحة ، رقم لاسبير ، رقم باش ، رقم فيشر (الامتثل) | 25 ، 26 |
| بعض المواضيع التطبيقية | 27 ، 28 |
| | 29 ، 30 |

الفئة المستهدفة :

طلبة المرحلة الاولى /قسم المحاسبة في المعاهد التقنية في الجامعة
التقنية الشمالية

المقدمة :

الحمد لله والصلاة والسلام على رسوله الكريم محمد صلى الله عليه وعلى اله وصحبه وسلم .

لقد اصبح لعلم الاحصاء أهمية بالغة في هذا العصر كوسيلة واداة للطريقة العلمية في البحوث في جميع مجالات العلوم المختلفة . ويعتبر علم الاحصاء من العلوم التي نمت وتطورت في القرن الحالي واصبح علما راسخا له اسسه وقواعده .

لقد بني اعداد هذه الحقيبة على منهاج مفردات مادة الاحصاء المقررة من قبل هيئة التعليم التقني للمعاهد التقنية لطلبة المرحلة الاولى لقسم المحاسبة.

والغرض من اعداد هذه الحقيبة لتكون مرجعا للطلاب الذي يحتاج الى استعمال الطرق الاحصائية في تحليل البيانات التي يجمعها عند اجراء البحوث . فقد اشتملت على عن طبيعة علم الاحصاء والتعريف به وطرق اخذ العينات وطرق عرض البيانات الاحصائية ووضعها كبيانات اولية او مجمعة ثم عرضها بالطرق البيانية ،كما تناولت مقاييس النزعة المركزية والتشتت وطرق حسابها وشرحها وذلك لأهميتها ،بالإضافة الى ذلك تناولت دراسة الارتباط البسيط وتعريف معامل الارتباط ومعامل ارتباط الرتب (سييرمان وسييرمان المعدل) ومعامل الاقتران ومعامل التوافق ، كما تناولت ايضا موضوع السلاسل الزمنية مفهومها واستخدامها وموضوع الارقام القياسية البسيطة والمرجحة وأخيرا تم التطرق الى تعريف الطالب بأهم المواضيع التطبيقية في مجالات علم الاحصاء . هذا وقد اشتملت الحقيبة على تقديم مثال او اكثر (محلول) للطلاب حول كل موضوع ،وبعد شرح الموضوع للطلاب والمثال المحلول فان هناك سؤال واجب للطلاب لغرض تدريبه عليه .

الهدف من دراسة مادة الاحصاء :

تهدف دراسة مادة الاحصاء الى :

- (1) تعريف الطالب بطبيعة علم الاحصاء وأهميته ومجالات استخدامه .
- (2) تعريف الطالب بأساليب جمع البيانات وطرق اخذ العينات ومن ثم طرق عرضها بالطرق البيانية.
- (3) تعريف الطالب باتباع الاساليب الاحصائية لغرض الوصول الى النتائج الدقيقة بأقصر طريقة وأقل كلفة .
- (4) للإحصاء دور مهم واساسي في التخطيط للمشاريع سواء اكانت مشاريع فردية ام مشاريع تخص المجتمع كله .
- (5) استخدام الاساليب الاحصائية تساعد الطالب مستقبلا على اتخاذ قراراته سواء اكانت قرارات تجارية خاصة بالشراء وبيع المنتجات او تحديد اجور عمال . ام كانت قرارات صناعية او زراعية وغيرها .
- (6) توضيح للطالب كيف ان الاحصاء تغير من صورته القديمة الموجودة في اذهان الناس على انه علم العد وجمع البيانات وعرضها الى اعتباره الان علم يعمل على استخدام الاسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وتبويبها وتحليلها وعرضها لاستخلاص النتائج واتخاذ القرار المناسب على ضوء ذلك .

الاسبوع الاول

علم الاحصاء ، تعريفه ، اهميته ، وعلاقته بالعلوم الاخرى ، تعريف الطريقة الاحصائية ،مراجعة الطريقة الاحصائية .

طبيعة علم الاحصاء. Nature Of Statistics

كلمة (الاحصاء) في الماضي كانت تهدف الى العد والحصر حتى سمي الاحصاء بعلم العد (The Science of counting)

اما الاحصاء الآن فقد تطور كثيرا وخاصة في القرن العشرين واصبح علما مستقلا له اهميته كوسيلة واداة في البحث العلمي لجميع العلوم .

تعريف علم الحصاء :-

هناك تعاريف عديدة للاحصاء اختلفت وتباينت من حيث المضمون والشمول باختلاف مراحل تطوير هذا العلم والفوائد المتوخاة منه .

فقد عرف بأنه الطريقة العلمية التي تختص بجمع البيانات والحقائق بشكل يسهل عملية تحليلها وتفسيرها ومن ثم استخلاص النتائج واتخاذ القرار على ضوء ذلك

وهناك من عرفه بانه العلم الذي يعمل على استخدام الاسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وتبويبها وتلخيصها وعرضها وتحليلها بهدف الوصول منها الى استنتاجات وقرارات مناسبة.

ويمكن تقسيم علم الاحصاء الى قسمين هما :

1 الاحصاء الوصفي Descriptive statistics :- ويتضمن الطرق الاحصائية المستخدمة في جمع البيانات والمعلومات عن ظاهرة معينة او مجموعة ظواهر وكيفية تنظيم وتصنيف وتبويب هذه البيانات مع امكانية عرضها في جداول ورسوم بيانية وحساب بعض المؤشرات الاحصائية.

2 - الاحصاء الاستنتاجي او الاستدلالي Statistical inference :- هو الشطر الاخر من علم الاحصاء الذي يهتم بموضوع التقديرات واختيار الفرضيات

اهمية علم الاحصاء وعلاقته بالعلوم الاخرى ومجالات تطبيقه

يعتبر علم الاحصاء احد الوسائل المهمة في البحث العلمي من خلال استخدام قواعده وقوانينه وطرقه في جمع المعلومات والبيانات اللازمة للبحث العلمي وتحليل هذه البيانات والمعلومات بهدف الوصول الى النتائج التي يهدف اليها البحث العلمي . وللاحصاء دورا بارزا في التخطيط

ووضع الخطط المستقبلية عن طريق التنبؤ بالنتائج ففي قصة سيدنا يوسف عليه السلام مثال عظيم لدور الاحصاء في التخطيط فيبين ان هناك سنوات عجاف يقل فيها المحصول وسنوات سمان يزيد فيها المحصول ويبين انه يجب الاحتفاظ لسني القحط بادخار جزء من انتاج سني الرخاء . وفي مجال الاقتصاد والاجتماع يبرز دور الاحصاء في بحوث السكان متمثلا في تعدادات السكان فالتخطيط السليم لتنمية اقتصادية واجتماعية لايفصل ولايمكن ان يتم بدون الدراسات الاحصائية للسكان ، فكيف نقرر اقامة مصانع ونحن لانعرف حجم قوة العمل المتوافرة والتي ستتوفر خلال فترة مقبلة وعلى اي اساس نقيم سياسة للاسكان ونحن لانعرف حجم قوة العمل المتوافرة والتي ستتوفر خلال فترة مقبلة وعلى اي اساس نقيم سياسة للسكان ونحن لانعرف معدلات الزواج والطلاق وهكذا وفي مجال الزراعة يأتي دور الاحصاء في ان العلوم الزراعية تبدأ بالملاحظة وجمع بيانات عن الطبيعة في الحقل او المزرعة ثم يلي ذلك الدراسات العملية ويفيد الاحصاء في تنظيم وترتيب عملية الملاحظة والمشاهدة وجمع البيانات وتحليلها واستخلاص النتائج ولايمكن ان يكون ذلك بغير دراسة كاملة بأساليب الاحصاء. وللحصاء ايضا اهمية في مجال الصناعة من خلال استخدام النظرية الاحصائية في الانتاج الحربي وفي مجالات صناعات الفحم والحديد والغزل والمواد الكهربائية كما ان للاحصاء دور فعال في مجال الطب والصحة العامة في معرفة عدد المواليد وعدد الوفيات حيث تعتبر مؤشرات للمستوى الصحي العام ومؤشر لمدى تقدم البلد او تخلفه واصبح للاحصاء أهمية كبرى في دراسة وتحليل العلاقات بين الامراض المختلفة وطرق العلاج واستخدام نظريات العروض الاحصائية اصبح الاساس في عمل شركات انتاج العقاقير والادوية . وعليه فإن الاحصاء بحد ذاته وسيلة وليس غاية فذلك يعني امكانية استخدامه اينما وجد في البحث

الطريقة الاحصائية في البحث العلمي .

استخدام الاسلوب الاحصائي في البحث العلمي يعني توفير البيانات والمعلومات عن الظاهرة المطلوب دراستها في ذلك البحث وهذا يعني ان امكانية تطبيق الطريقة الاحصائية مرهونا بإمكانية التعبير عن هذه الظاهرة أو تلك تعبيراً كمياً (رقمياً) . وتمتاز الطريقة الاحصائية بكونها تهئ اسلوبا موضوعيا محايدا للبحث له قواعده واصوله التي يجب أن يلتزم بها الباحث حتى يتجنب التحيز الشخصي والوقوع في بعض الأخطاء . كما يساعد استخدام الطريقة الإحصائية الى وصول الباحث الى النتائج الدقيقة بأقصر طريق وأقل كلفة .

المراحل الرئيسية للطريقة الاحصائية

- 1- تحديد مشكلة البحث
- 2 - جمع البيانات والمعلومات
- 3 - تصنيف البيانات وتبويبها
- 4 - عرض البيانات
- 5 - حساب المؤشرات أو المعالم للبيانات

الاسبوع الثاني والثالث

تصنيف وتبويب البيانات ، تكوين الجداول التكرارية البسيطة والمزدوجة

طبيعة البيانات الاحصائية

عند جمع البيانات حول ظاهرة ما نرسم للظاهرة بالرمز y او x او اي رمز اخر وكل مفردة او مشاهدة ترمز لها y_i او x_i فمثلا عند دراسة اطوال الطلبة لاحدى الجامعات فأنا نرسم لصفة الطول (الظاهرة) y ولطول اي طالب (المفردة) بالرمز y_i . هذا وان قيمة y_i قد تختلف من طالب الى اخر لهذا نقول ان y متغير variables وعليه فان المتغير : هو اي ظاهرة تظهر اختلافات بين مفرداتها ويرمز له بالرمز y او اي رمز اخر . وتنقسم المتغيرات الى قسمين :-

1 - متغيرات وصفية او نوعية :- هي الظواهر او الصفات التي لا يمكن قياسها مباشرة بالأرقام العددية مثل صفة لون العين (ازرق ، اسود ، بني) او الحالة الاجتماعية (غني ، متوسط الحال ، فقير) او الجنس (ذكر ، انثى).....الخ

2 - متغيرات كمية :- هي الظواهر او الصفات التي يمكن قياسها مباشرة بأرقام عددية مثل صفة الطول ، الوزن ، العمر ، كمية المحصول . وتنقسم المتغيرات الكمية الى قسمين هما :-

أ - متغيرات متصلة (مستمرة) : المتغير المستمر هو المتغير الذي تأخذ المشاهدة او المفردة فيه اية قيمة رقمية في مدى معين ، فلو فرضنا ان اطوال طلبة جامعة ما تتراوح بين 130,5 سم و170 سم اي ان المتغير y يمكن ان ياخذ اي قيمة بين 130,5 و170 سم ومثال ذلك الوزن وكمية المحصول ودرجات الحرارة ، وبصورة عامة كل البيانات التي تقاس تعتبر بيانات لمتغير مستمر (تأخذ القيم عدد صحيح او كسر) .

ب - متغيرات غير مستمرة (منفصلة) : تأخذ المشاهدة او المفردة فيها قيما متباعدة او منقطعة مثال ذلك عدد الثمار او عدد الوحدات الانتاجية او عدد الطلبة في الصفوف الاولى لجامعة ما ، فهي في الغالب تكون اعداد صحيحة . وبصورة عامة كل البيانات التي نحصل عليها من العد تعتبر بيانات لمتغير منفصل .

المجتمع والعينة :

المجتمع :- عبارة عن جميع القيم او المفردات التي يمكن ان ياخذها المتغير ، فلو كانت دراستنا حول اطوال طلبة جامعة ما فان المجتمع في هذه الحالة هو اطوال جميع الطلبة في تلك الجامعة . والمجتمع اما ان يكون مجتمعا محدودا اي ممكن حصر عدد مفرداته . او يكون

مجتمعا غير محدودا وهو المجتمع الذي من الصعب حصر عدد مفرداته مثل مجتمع نوع سمك معين في نهر دجلة او عدد البكتريا في حقل ما .

اما العينة : فهي جزء من المجتمع . فالعينة عبارة عن مجموعة من المشاهدات اختيرت بطريقة ما من المجتمع ففي بعض الاحيان دراسة المجتمع ككل قد يكون صعبا او يحتاج الى وقت وجهد ومال فيستعاض عن دراسة المجتمع بدراسة العينة وصفاتها ومنها يستنتج خواص المجتمع الاصيلي الذي اخذت منه العينة .

اسلوب تصميم البحوث

هناك اعتبارات كثيرة يتوقف عليها تصميم البحث وعلى الباحث ان يأخذ بنظر الاعتبار مسألة الحصول على البيانات والمعلومات بأقصر وقت وأقل جهد واطمئ كلفة وعليه يجب مراعاة مايلي عند تصميم البحث

1 - **تحديد الغرض من البحث** : من الضروري ان يكون الهدف محددا بشكل واضح ودقيق معروفة اهدافه وواجه الاستفادة من نتائجه.

2 - **امكانية التنفيذ العملي للبحث** : - من الضروري تحديد المتطلبات التي تلتزمها عملية تنفيذ البحث كالموارد المالية المطلوبة والامكانيات البشرية المتاحة في تحقيق بعض فقرات البحث وكذلك التأكد من مدى توفر البيانات والمعلومات الدقيقة عن مشكلة البحث.

3 - **تحديد اطار البحث** : - من المهم ان يحدد الباحث نوع وطبيعة مجال البحث او المجتمع الاحصائي والمجتمع الاحصائي عبارة عن مجموعة وحدات او مفردات ذات صفة او صفات مشتركة فمثلا اذا كان البحث يتعلق باطوال طلبة جامعة بغداد فان المجتمع الاحصائي هو جميع الطلبة في جامعة بغداد والمفردة الطالب او الطالبة في هذا المجتمع. واذا كان البحث حول دخل العائلة الفلاحية في العراق فالمجتمع الاحصائي هو العوائل الفلاحية الساكنة في العراق والوحدة الاحصائية او المفردة هي العائلة الواحدة والمجتمع يكون اما مجتمع محدد وهو المجتمع الذي يمكن الوصول الى كل مفردة فيه مثل مجتمع جامعة بغداد او يكون مجتمع غير محدد مثل كريات الدم البيضاء في دم الانسان ومجتمع الاسماك في نهر دجلة.

اسلوب جمع البيانات والمعلومات : - للوصول الى البيانات والمعلومات هناك اسلوبان يمكن من خلالهما جمع هذه البيانات والمعلومات كل منهما له ميزاته وعيوبه وهذان الاسلوب هما : -

1 - **اسلوب التسجيل الشامل** : - هو جمع البيانات من جميع المفردات التي يتكون منها المجتمع مجال البحث ومثال ذلك التعداد العام للسكان من **مميزات** هذا الاسلوب يعطي بيانات كاملة حول الظواهر التي يتم البحث عنها اما **عيوبه** فان هذا الاسلوب يحتاج الى وقت وجهد ومال كما لايمكن استخدام هذا الاسلوب في المجتمعات غير المحددة.

2 - **اسلوب العينات** : - هو اخذ وحدات من المجتمع الاحصائي تسمى العينة sample والغرض من اخذ العينة ان تكون بديلا عن المجتمع الاحصائي وعن طريق صفاتها يتمكن

الباحث ان يصف خواص المجتمع بتعميم النتائج التي حصل عليها من دراسة العينة . تفضل هذه الطريقة عن طريقة التسجيل الشامل للأسباب الآتية :

1 - توفر المال والجهد والوقت اللازم لاجراء البحث

2 - صعوبة اجراء التسجيل الشامل بسبب طبيعة المجتمع فقد يكون المجتمع غير محدد او كبير جدا . ومن عيوب هذا الاسلوب فان محاولة التعرف على خواص المجتمع عن طريق دراسة جزء منه ينطوي عليه التضحية في دقة النتائج التي تستخرجها .

وتنقسم العينات الى قسمين رئيسيين هما

العينات العشوائية والعينات الغير عشوائية

1 - **العينات العشوائية** : هي مجموعة المفردات المختارة من مجتمع الدراسة وليس للباحث دخل في اختيارها . وللعينات العشوائية انواع عديدة منها

أ - **العينة العشوائية البسيطة** : - هي اختيار عينة عشوائية من مجتمع الدراسة بطريقة تعطي المفردات نفس الفرصة في الظهور . ويشترط هنا ان يكون المجتمع متجانس (مشترك في الصفات) فمثلا دراسة اسباب التدخين لدى الاناث نلاحظ ان المجتمع متجانس حيث ان كافة مفردات هذا المجتمع هم من الاناث والصفة المشتركة هي التدخين .

ب - **العينة الطبقيّة العشوائية** : - يتم اختيار العينة عندما يكون المجتمع غير متجانس ، يقسم المجتمع الى طبقات كل طبقة تعتبر مجتمع متجانس ومن كل مجتمع يتم اختيار عينة عشوائية بسيطة يتناسب حجمها مع حجم الطبقة ثم تجمع هذه العينات ونحصل على الطبقة العشوائية .

مثلا لو كنا بصدد دراسة للمستوى العلمي لاحدى طلبة المعهد التقني نينوى هذا المجتمع غير متجانس من حيث التخصص العلمي فهناك اختصاص ادارة قانونية واختصاص محاسبة واختصاص تقنيات مالية ومصرفية واختصاص سياحة وهكذا .

ج - **العينة المتعددة المراحل** : يتم تقسيم المجتمع الى وحدات اولية ثم يتم اختيار عينة عشوائية من هذه الوحدة الاولى ثم تقسم كل وحدة من الوحدات الاولى الى وحدات ثانوية ثم تؤخذ عينة كمرحلة ثانية ثم تقسم الى وحدات اصغر وتأخذ عينة منها الى ان نصل الى المفردة التي يتم جمع البيانات منها والتي تؤلف عينة البحث

2- **العينات غير العشوائية** : - يقصد بها مجموعة من المفردات المختارة من مجتمع الدراسة بطريقة يكون للباحث دخل في اختيارها ومن هذه العينات .

أ **المعاينة الحصية** : تقسيم مجتمع الدراسة الى طبقات استنادا الى معايير تقسيم معينة تتعلق بطبيعة الدراسة ثم يتم اختيار عدد من المفردات من كل طبقة بشكل شخصي (غير عشوائي) بحيث ان عدد مفردات هذه العينات يشكل حجم العينة المطلوبة لتلك الدراسة . فلو كنا بصدد استطلاع راي الجمهور ببرامج التلفزيون فانه يمكن تقسيم مجتمع الدراسة الى ذكور واناث ثم يتم اختيار عينة من الذكور واخرى من الاناث تتناسب كل منهما مع عدد الذكور وعدد الاناث

في مجتمع هذا الاستطلاع ومجموع مفردات هاتين العينتين تولفان حجم العينة المطلوب للاستطلاع .

ب - **المعاينة العمدية** : اختيار العينة بشكل متعمد يعتقد الباحث مسبقا بان مفردات هذه العينة هي خير من يمثل مجتمع الدراسة .

مصادر جمع البيانات :

يتم الحصول على البيانات و المعلومات من احد المصدرين الاتيين :

1 - **المصادر التاريخية** : هي البيانات المحفوظة لدى اجهزة الدولة المختلفة نتيجة الاستقصاءات او مسوحات قامت بها هذه الجهات لاغراض خاصة بها او تجمعت لديها بحكم وظائفها . مثال ذلك البيانات المتجمعة عن تعدادات السكان ،احصاءات الطلبة المتخرجين من الجامعات او احصاءات التجارة الداخلية والخارجية .

2- **مصادر الميدان** : بيانات ومعلومات يمكن الحصول عليها من مصادرها الاصلية بطريقة المراسلات (بالبريد) أو المواجهة (المقابلة الشخصية) أو عن طريق الهاتف أو اي وسيلة اتصال أخرى.

تصنيف وتبويب البيانات

لاحظنا ان عملية جمع البيانات تتم من خلال المصادر التاريخية او الميدانية باستخدام اسلوب التسجيل الشامل او اسلوب العينات حسب ما تتطلبه الدراسة ، ان البيانات المستحصل عليها بخصوص الظاهرة المعنية تسمى البيانات الاولية او البيانات غير المصنفة ،ان البيانات بشكلها الاولي تكون غير منظمة مما يتعذر على الباحث تكوين فكرة عن هذه الظاهرة او تلك التي جمعت البيانات ، كذلك يتعذر الاعتماد عليها بشكلها الغير المنظم لاغراض التحليل الاحصائي للوصول الى النتائج المطلوبة ، لذلك ان اولى الخطوات الهامة بعد عملية جمع البيانات هي عملية تصنيف وتبويب البيانات .

1- **مراجعة البيانات** : بعد اتمام عملية جمع البيانات وفق الوسيلة المناسبة لذلك البحث يتوجب الامر مراجعة وتدقيق البيانات لغرض التأكد من مطابقتها وتكاملها لمتطلبات الدراسة.

2- **تصنيف البيانات**: بعد التأكد من دقة البيانات التي تم الحصول عليها يتم عملية تصنيف

البيانات على اساس الظواهر التي جمعت منها البيانات حيث يتم فرز بيانات كل ظاهرة على هيئة مجموعة فقد يكون التصنيف على ظاهرة العمر، الوزن، المهنة، الطول، الجنس

3- **تبويب البيانات** : بعد اتمام عملية تصنيف البيانات تبدأ عملية التبويب ، ويقصد بالتبويب

عملية تفرغ البيانات المصنفة في جداول خاصة بحيث ان كل جزء من البيانات المصنفة عن الظاهرة المعنية يعود الى مستوى معين لتلك الظاهرة ، الهدف من عملية

التبويب هو ابراز البيانات وتوضيحها في أضيق حيز ممكن كي يتمكن الباحث من تكوين فكرة عنها ويختلف اسلوب تبويب البيانات تبعاً لطبيعتها . وفيما يلي عرض

موجز لكل شكل من هذه الاشكال

أ- **التبويب الزمني** : عبارة عن تجميع البيانات المصنفة وترتيبها في جداول على اساس ان كل مجموعة منها تعود لوحدة زمنية كاليوم ، الاسبوع ، الشهر ، السنة .
والجدول التالي يوضح عدد الطلبة الخريجين لعدد من السنوات

| السنوات | عدد الخريجين |
|---------|--------------|
| 2000 | 150 |
| 2001 | 180 |
| 2002 | 200 |
| 2003 | 250 |
| مجموع | 780 |

ب - **التبويب الجغرافي** : - تقسيم البيانات الى مجموعات كل منها خاص بوحدة جغرافية معينة او تقسيم اداري معين كالنواحي والاقضية والمحافظات والبلدان، القارات ، عدد الطلبة الخريجين حسب الجامعات العراقية .

| اسم الجامعة | العدد |
|--------------|-------|
| جامعة بغداد | 2500 |
| جامعة الموصل | 2000 |
| جامعة البصرة | 2200 |
| جامعة تكريت | 1800 |
| المجموع | 8500 |

ج - **التبويب الكمي** : تقسيم البيانات الى مجموعات خاصة بوحدة معينة كوحدة الوزن والطول ، المساحة ، الحجم الخ

الجدول التالي يوضح توزيع الاجور اليومية لعمال احد المصانع

| الاجرة بالدينار | اليومية | عدد العمال |
|-------------------|---------|------------|
| اقل من 3000 دينار | 185 | |
| اقل من 3500 | 95 | |
| اقل من 5000 | 70 | |
| من 5000 فاكثر | 20 | |
| مجموع | 370 | |

د- التبيويب على اساس صفة معينة : - تجميع البيانات وترتيبها في جداول على مجموعة منها يشترك بصفة معينة كالجنس , الحالة الاجتماعية , عنوان الوظيفة , والجدول التالي يوضح عدد الطلبة حسب الجنس.

| الجنس | العدد |
|-------|-------|
| ذكور | 123 |
| اناث | 77 |
| مجموع | 200 |

التوزيع التكراري Frequency Distribution

عبارة عن تلخيص وترتيب البيانات التي سبق ان جمعت وصنفت مقسمة الى عدد من المجاميع كل منها تسمى الفئة (class) هذه الفئات قد تكون مرتبة تصاعديا او تنازليا حسب طبيعة البيانات ويسمى توزيع عدد قيم x حسب الفئات بالتوزيع التكراري . وقد تكون فئات التوزيع التكراري متساوية في الطول ام غير متساوية وذلك يعتمد على طبيعة الدراسة ومتطلباتها. وفيما يلي توضيح لبعض المصطلحات

البيانات غير المبوبة : هي البيانات الاولية التي جمعت ولم تبوب في جدول توزيع تكراري .

البيانات المبوبة : هي البيانات التي جمعت وبوبت ونظمت في جدول توزيع تكراري .

التوزيع التكراري : تقسيم البيانات او القيم الخاصة بظاهرة من الظواهر الاحصائية الى اصناف او فئات يطلق عليها بالتوزيع التكراري.

الفئة : هي المجاميع التي قسمت اليها قيم المتغير ، وكل فئة لها حدان ، حد ادنى ، وحد اعلى . طول الفئة : هو مقدار المدى بين حدي الفئة .

المدى : هو الفرق بين اكبر قيمة واصغر قيمة +1

مركز الفئة : هي القيمة الواقعة عند منتصف الفئة .

تكرار الفئة : عدد المفردات او القيم التي تقع في مدى تلك الفئة ويرمز له بـ f_i هذا وان مجموع التكرارات يجب ان يكون دائما مساوي للعدد الكلي لقيم الظاهرة .

طول الفئة يرمز له بـ L ويستخرج طول الفئة باستخدام احد القوانين الاتية :

$$L = x_L - x_S + 1 \text{ حيث ان}$$

طول الفئة : L

الحد الاعلى للفئة : x_L

الحد الأدنى للفئة : XS

المدى

او طول الفئة = _____

عدد الفئات

او طول الفئة = الفرق بين الحدين الأدنى (او الحدين الأعلى) لفئتين متتاليتين

او طول الفئة : الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين

المدى : يرمز له T.R

حيث ان $T.R = LX - XS + 1$

اكبر قيمة LX

اصغر قيمة XS

مركز الفئة يرمز له X

$L.L + U.L$

$X = \frac{L.L + U.L}{2}$

2

حيث ان : الحد الأعلى للفئة L.L

الحد الأدنى للفئة U.L

عدد الفئات يرمز له بـ m هناك عدة طرق تقريبية لإيجاد عدد الفئات اهمها :

$$m = 1 + 3.322 \log n$$

$$m = 2.5 \sqrt[4]{n}$$

هناك نوعان رئيسيان من الجداول الاحصائية

1- **الجدول البسيط** : هو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفة واحدة ويتألف عادة

من عمودين . الاول يمثل تقسيمات صفة الظاهرة الى فئات او مجموعات والثاني بين

عدد المفردات التابعة كل فئة او مجموعة

والجدول التالي يمثل عدد من الطلبة حسب اوزانهم

| فئات الوزن | عدد الطلبة |
|------------|------------|
| 60-62 | 5 |
| 63-65 | 15 |
| 66-68 | 45 |
| 69-71 | 27 |
| 72-74 | 8 |
| المجموع | 100 |

2- الجدول المركب (المزدوج) : هو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفتين او ظاهرتين او اكثر في نفس الوقت ويتالف من :

الصفوف : تمثل فئات او مجاميع احدى الصفتين .

الاعمدة : تمثل فئات او مجاميع الصفة الاخرى.

والجدول التالي يبين توزيع عدد من الطلبة حسب صفتي الطول والوزن

| المجموع | الوزن | | | الطول |
|---------|-------|-------|-------|---------|
| | 71-80 | 61-70 | 51-60 | |
| 30 | 4 | 6 | 20 | 121-140 |
| 52 | 10 | 40 | 2 | 141-160 |
| 18 | 10 | 6 | 2 | 161-180 |
| 100 | 24 | 52 | 24 | المجموع |

مثال (1)

لو اردنا عمل توزيع تكراري للاعداد الاتية التي تمثل الوزن بالكيلو غرامات لعشرين طالبا في المعهد التقني نينوى

(67,55,65,70,75,60,89,83,65,56,49,65,49,48,69,62,72,45,56,74,)

نتبع الخطوات التالية

1- نبحث عن اكبر قيمة واصغر قيمة في المجموعة و عي (89-45) وذلك للتوصل الى

المدى الكلي

2- نجد عدد الفئات

3- نجد طول الفئة

4- نكتب حدود الفئات ونستخرج عدد التكرارات لكل فئة

المدى الكلي = اكبر قيمة - اقل قيمة + 1

$$T.R = LX - XS + 1$$

$$= 89 - 45 + 1$$

$$= 45$$

عدد افئات =

$$M = 1 + 3.322 \text{Log}^n$$

$$= 1 + 3.322 \text{Log } 20$$

5.32 نقرّبها الى 5

او نستخدم $m = 2.5 \sqrt[4]{n}$

$$M = 2.5 * 2.114$$

5.28 وبالتقريب 5

طول الفئة

T.R

$$L = \frac{T.R}{M}$$

M

45

$$L = \frac{45}{5}$$

5

= 9

كتابة حدود الفئات واستخراج عدد التكرارات لكل فئة

| class | fi | fi |
|-------|----|----|
| 40-49 | | 4 |
| 50-59 | | 3 |
| 60-69 | | 7 |
| 70-79 | | 4 |
| 80-89 | | 2 |
| Total | 20 | 20 |

ملاحظة : هناك عدة طرق لكتابة حدود الفئات :

- 1- اما ان تكون الاعداد لمتغيرات منفصلة كما في المثال السابق
- 2- او تكون الاعداد لمتغيرات متصلة وهو الذي يمثل بعدد صحيح او كسر مثل الاوزان والاطوال وتكتب الفئات كالآتي :

من 40 الى اقل من 50

من 50 الى اقل من 60

من 60 الى اقل من 70

وللاختصار تكتب بالصيغة الآتية :

40-

50-

60-

70 -

تمتاز هذه الطريقة بالوضوح وتستخدم غالبا لاعداد التي تمثل متغيرات متصلة

- 3- وقد تكتب الفئات حسب الصيغة التالية :

اكبر من 40 واطل من 50

اكبر من 50 واطل من 60

اكبر من 60 واطل من 70

وللاختصار تكتب

40-

50-

60-

70-

قد يكون التوزيع في الجدول التكراري البسيط توزيعا منتظما كما في المثال السابق وذلك لتساوي طول الفئة ، او يكون التوزيع غير منتظم اذا كان طول الفئة غير متساوي ، او يكون الجدول مغلقا اذا كان الحد الادنى والحد الاعلى للفئة معروف ، او يكون الجدول مفتوحا في الحالات الاتية :

- أ- يكون مفتوحا من الطرف الادنى فقط
- ب- يكون مفتوحا من الطرف الاعلى فقط
- ت- يكون مفتوحا من الطرفين (اذا كان الحد الانى والحد الاعلى للفئة غير معلوم)

س واجب فرغ البيانات ادناه في جدول تكراري بسيط

48 , 38 , 51 , 45 , 56 , 39 , 50 , 71 , 65 , 34 , 51 , 66 , 27 , 73 , 69 , 34 , 43 ,
34 , 53 , 54 , 71 , 91 , 44 , 53 , 36 , 49 , 56 , 45 , 64 , 59 , 41 , 58 , 76 , 52 ,
57 , 69 , 81 , 46 , 34 , 41 , 62 , 49 , 43 , 55 , 79 , 66 , 87 , 81 , 70 , 67 , 55 ,
53 , 84 , 52 , 56 , 44 , 51 , 65 , 76 , 52 , 54 , 33 , 95 , 54 , 61 , 52 , 95 , 40 ,
57 , 35 , 53 , 60 , 55 , 64 , 42 , 69 , 57 , 47 , 53 , 52 , 61 , 36 , 61 , 54 , 57 ,
80 , 46 , 61 , 54 , 94 , 55 , 85 , 73 , 60 , 27 , 44 , 67 , 65 , 62 , 32 , 54 ,

الجدول التكرارية المزدوجة

مثال : البيانات الاتية لظاهرتين x و y المطلوب تفرغها في جدول تكراري مزدوج

X 2 , 10 , 11 , 4 , 20 , 15 , 15 , 3
y 3 , 2 , 5 , 6 , 8 , 10 , 2 , 10
X 25 , 25 , 20 , 22 , 15 , 20 , 30 , 30 ,
y 2 , 6 , 5 , 9 , 15 , 12 , 3 , 9

X 35 , 30 , 35 , 31

Y 10 , 12 , 11 , 4

الحل : نستخرج معلومات لكل ظاهرة على حدى

المتغير X

المدى : $T.R = LX - XS + 1$

$$= 35 - 2 + 1$$

$$= 34$$

عدد الفئات : $m = 2.5^4 \sqrt{n}$

$$= 2.5^4 \sqrt{20}$$

$$= 2.5 * 2.114$$

$$= 5.28$$

وبالتقريب عدد الفئات = 5

طول الفئة :

$$T.R \quad 34$$

$$L = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = 6.8$$

$$M \quad 5$$

وبالتقريب = 7

المتغير Y

المدى : $T.R = LX - XS + 1$

$$= 15 - 2 + 1 = 14$$

عدد الفئات : $1 + 3.322 * \log 20$

$$= 1 + 3.322 * 1.3 = 5.31$$

وبالتقريب = 5

طول الفئة :

$$M 5 \quad 3 \quad \text{بالتقريب} = L = \text{-----} = \text{-----} = 2.8$$

| fX | fy | fiX | fi y |
|-------|-------|-----|------|
| 2-8 | 2-4 | 3 | 6 |
| 9-15 | 5-7 | 5 | 4 |
| 16-22 | 8-10 | 4 | 6 |
| 23-29 | 11-13 | 2 | 3 |
| 30-36 | 14-16 | 6 | 1 |
| | | 20 | 20 |

بعد ذلك نضع المعلومات في جدول مزدوج وكالاتي :

| X \ Y | 2-8 | 9-15 | 16-22 | 23-29 | 30-36 | TOTAL |
|-------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| 2-4 | | | | | | 6 |
| 5-7 | | | | | | 4 |
| 8-10 | | | | | | 6 |
| 11-13 | | | | | | 3 |
| 14-16 | | | | | | 1 |
| TOTAL | 3 | 5 | 4 | 2 | 6 | 20 |

التوزيع التكراري المتجمع

التوزيع التكراري البسيط يعطينا عن عدد المفردات في كل فئة لكن في بعض الاحيان نرغب في معرفة عدد المفردات التي قيمتها أقل او أكثر من قيمة معينة في التوزيع التكراري . ويعرف التوزيع التكراري المتجمع :بانه التوزيع الذي يبين كمية التكرار المتجمع عند قيمة معينة من قيم المتغير العشوائي . وهناك نوعان من الجداول التكرارية المتجمعة . ويرمز له ب

Fi

أ- **التوزيع التكراري المتجمع الصاعد** : وهو عبارة عن تجميع التكرارات من الفئة الاولى وانتهاء بالفئة الاخيرة منه ويتم حساب التكرارات المتجمعة على اساس الحدود العليا للفئات فلو رجعنا الى المثال رقم (1) فان جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد يكون كالاتي:

نجمع التكرارات من الفئة الدنيا الى الفئة العليا

| المتجمع الصاعد F | الحدود العليا للفئات | التكرارات f _i | الفئات |
|------------------|----------------------|--------------------------|---------|
| 4 | اقل من 49 | 4 | 40-49 |
| 7 | اقل من 59 | 3 | 50-59 |
| 14 | اقل من 69 | 7 | 60-69 |
| 18 | اقل من 79 | 4 | 70-79 |
| 20 | اقل من 89 | 2 | 80-89 |
| | | 20 | المجموع |

ب- جدول التوزيع المتجمع النازل : عبارة عن تجميع التكرارات ابتداء من الفئات العليا وانتهاء بالفئات الدنيا ، بعبارة اخرى تناقص التكرارات ابتداء بالفئة الاولى في التوزيع وانتهاء بالفئة الاخيرة منه . ويتم حساب التكرارات المتجمعة النازلة على اساس الحدود الدنيا للفئات .

فلو رجعنا الى المثال رقم (1) فان التوزيع التكراري المتجمع النازل يكون كالآتي :

| المتجمع النازل F | الحدود الدنيا للفئات | التكرارات f _i | الفئات |
|------------------|----------------------|--------------------------|---------|
| 20 | 40 فاكثر | 4 | 40-49 |
| 16 | 50 فاكثر | 3 | 50-59 |
| 13 | 60 فاكثر | 7 | 60-69 |
| 6 | 70 فاكثر | 4 | 70-79 |
| 2 | 80 فاكثر | 2 | 80-89 |
| | | 20 | المجموع |

س واجب في تجربة لقياس السرعة الاتية للمركبات على طريق خارجي اعطيت اليك البيانات كما في الجدول الآتي : **المطلوب** عمل جدول توزيع متجمع صاعد و جدول توزيع متجمع نازل

| الفئات | 30- | 40- | 50- | 60- | 70- | 80- | 90- | 100- | 110- | 120- | المجموع |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|---------|
| التكرارات | 3 | 6 | 24 | 64 | 50 | 29 | 14 | 6 | 3 | 1 | 200 |
| | 39 | 49 | 59 | 69 | 79 | 89 | 99 | 109 | 119 | 129 | |

الاسبوع الرابع والخامس

العرض البياني للبيانات المبوبة

المدرج التكراري ، المضلع التكراري ، المنحنى التكراري ، المنحنى التكراري للمتجمع الصاعد والمتجمع النازل

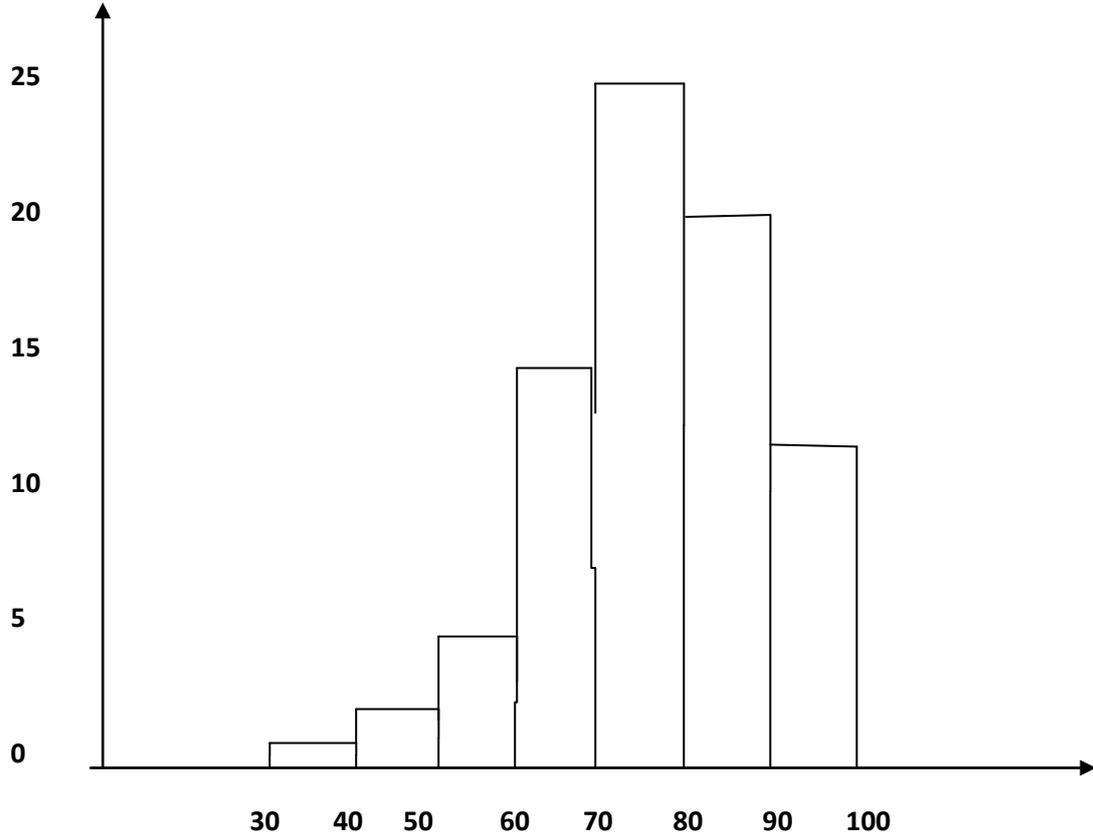
العرض البياني للبيانات المبوبة : العرض البياني للبيانات المبوبة :ان الرسوم والاشكال الهندسية ما هي الاتعبير وتوضيح للبيانات بطريقة جذابة وسهلة وفعالة تساعد القاريء على فهم واستيعاب الظاهرة ومقارنتها مع بعضها . ووسائل التمثيل البياني كثيرة ومتنوعة وسنكتفي بشرح العرض البياني للتوزيعات التكرارية فقط . وعادة نخصص المحور الافقي او الاحداثي السيني لتمثيل قيم او فئات المتغير بينما نخصص المحور العمودي او الاحداثي الصادي لتمثل تكرارات هذا المتغير ويجب دائما ان يبدأ تدريج المحور العمودي من الصفر اما تدريج المحور الافقي فقد لانبدأ بتدريجه من الصفر . ومن اشكال العرض البياني نذكر

1 - المدرج التكراري

عبارة عن مستطيلات رأسية تمتد قواعدھا على المحور الافقي لتمثل اطوال الفئات بينما ارتفاعاتها تمثل تكرارات الفئات . ولرسم مدرج تكراري نتبع الخطوات الاتية

- 1- رسم المحور الافقي والمحور العمودي
 - 2- تدريج المحور الافقي الى اقسام متساوية بحيث يشمل جميع حدود الفئات ويفضل ترك مسافة صغيرة بين نقطة الصفر والحد الأدنى للفئة الاولى, ونقسم المحور العمودي الى اقسام متساوية بحيث تشمل اكبر التكرارات
 - 3- يرسم على كل فئة مستطيلا رأسيا تمثل قاعدته طول تلك الفئة وارتفاعه يمثل تكرارها
- مثال (1) :الجدول الاتي يمثل توزيع تكراري لاطوال نباتات القطن /المطلوب : تمثيل التوزيع التكراري بمدرج تكراري

| الفئات التكرارات | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 | المجموع |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|
| | 1 | 2 | 5 | 15 | 25 | 20 | 12 | 80 |



س واجب الاتي توزيع تكراري لأوزان عينة من طلبة احدى الكليات قوامها مئة طالب المطلوب رسم مدرج تكراري لهذا التوزيع

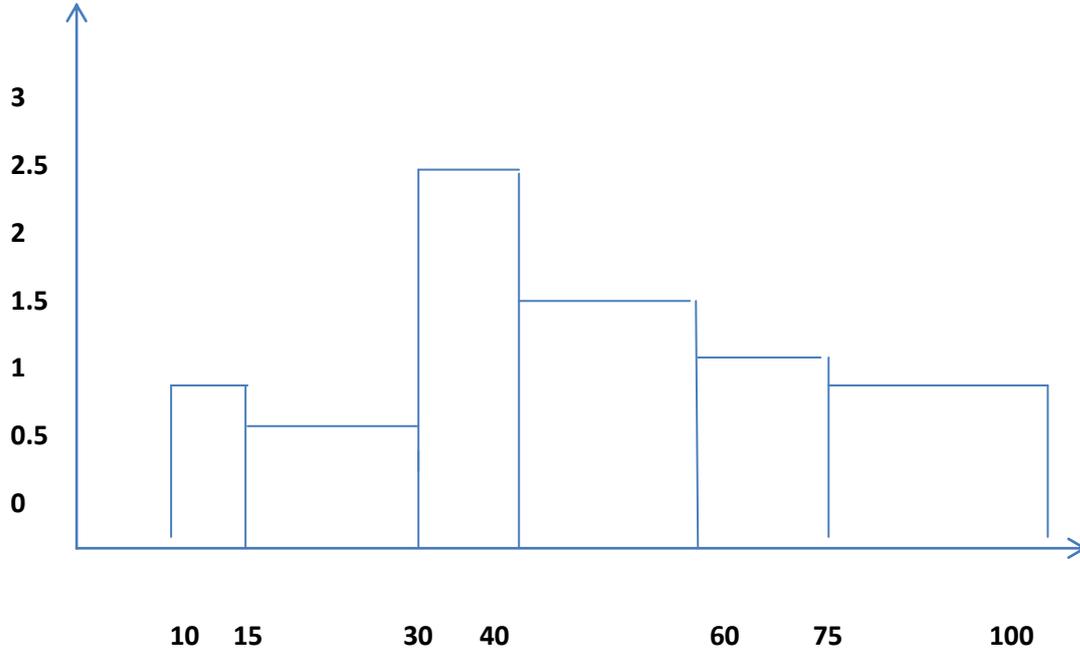
| المجموع | 95-102 | 88-95 | 81-88 | 74-81 | 67-74 | 60-67 | 53-60 | 46-53 | الفئات |
|---------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----------|
| 100 | 3 | 5 | 8 | 14 | 21 | 27 | 15 | 7 | التكرارات |

ملاحظة : اذا كانت الفئات غير متساوية عند رسم المدرج التكراري يتم استخراج التكرار المعدل حيث ان التكرار المعدل يساوي تكرار الفئة مقسوم على طول الفئة ويتم اعتماده في المحور العمودي والمثال التالي يوضح ذلك .

| الفئات | التكرارات | طول الفئة | التكرار المعدل |
|--------|-----------|-----------|----------------|
| 10-14 | 5 | 5 | 1 |
| 15-29 | 9 | 15 | 0.6 |
| 30-39 | 25 | 10 | 2.5 |

| | | | |
|--------|----|----|-----|
| 40-59 | 30 | 20 | 1.5 |
| 60-74 | 15 | 15 | 1 |
| 75-100 | 20 | 25 | 0.8 |

التكرار المعدل : $f_i^* = f_i/L$

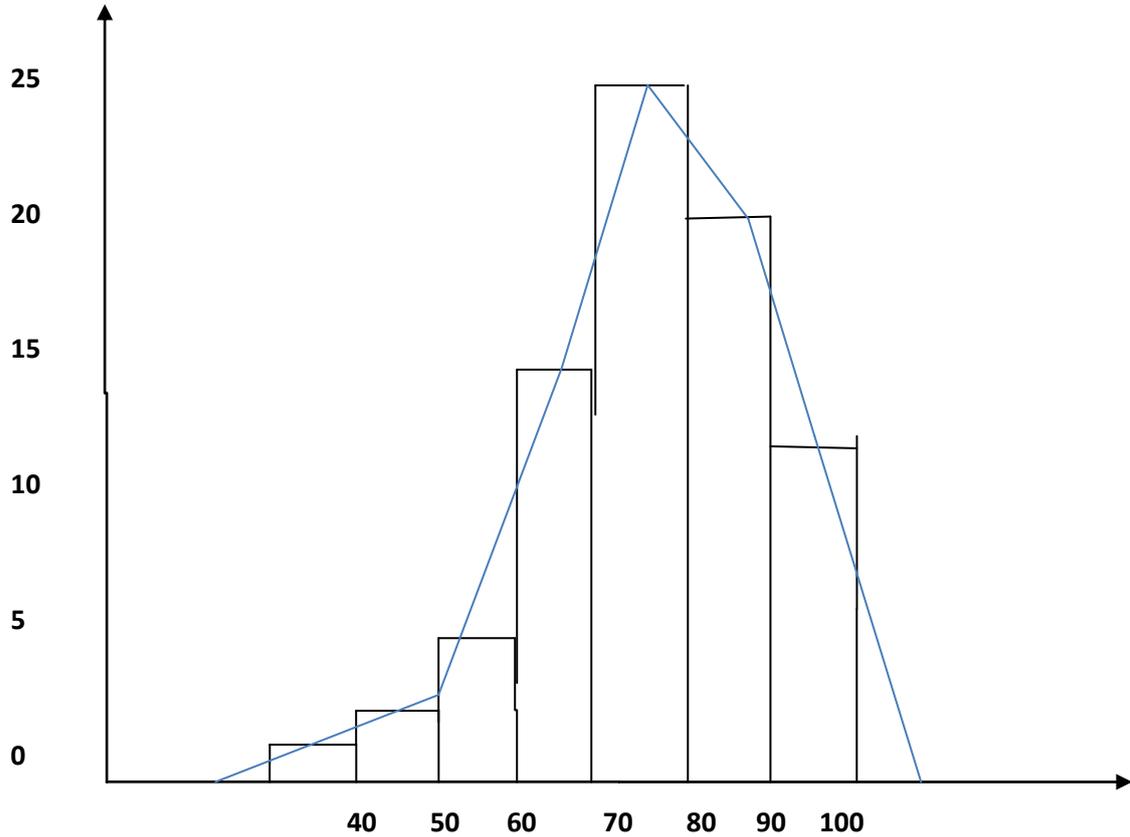


مدرج تكراري لاطوال فئات غير متساوية

المضلع التكراري :

هو وسيلة اخرى لتمثيل التوزيع التكراري بيانيا ويمكن رسمه باحدى طريقتين اولهما : اذا كان المدرج التكراري معلوم . ويتم ذلك بتصنيف القواعد العليا لمستطيلات المدرج ثم نصل بين هذه النقط بمستقيمات ورسم فئة قبل الاولى تكرارها صفر وفئة بعد الاخيرة تكرارها صفر وتصنيف هاتين الفئتين وتوصيل بقية الخط نحصل على مايسمى بالمضلع التكراري فلو عدنا الى المثال السابق(1) فالمضلع التكراري يكون بالشكل التالي :

| الفئات | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 | المجموع |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|
| التكرارات | 1 | 2 | 5 | 15 | 25 | 20 | 12 | 80 |



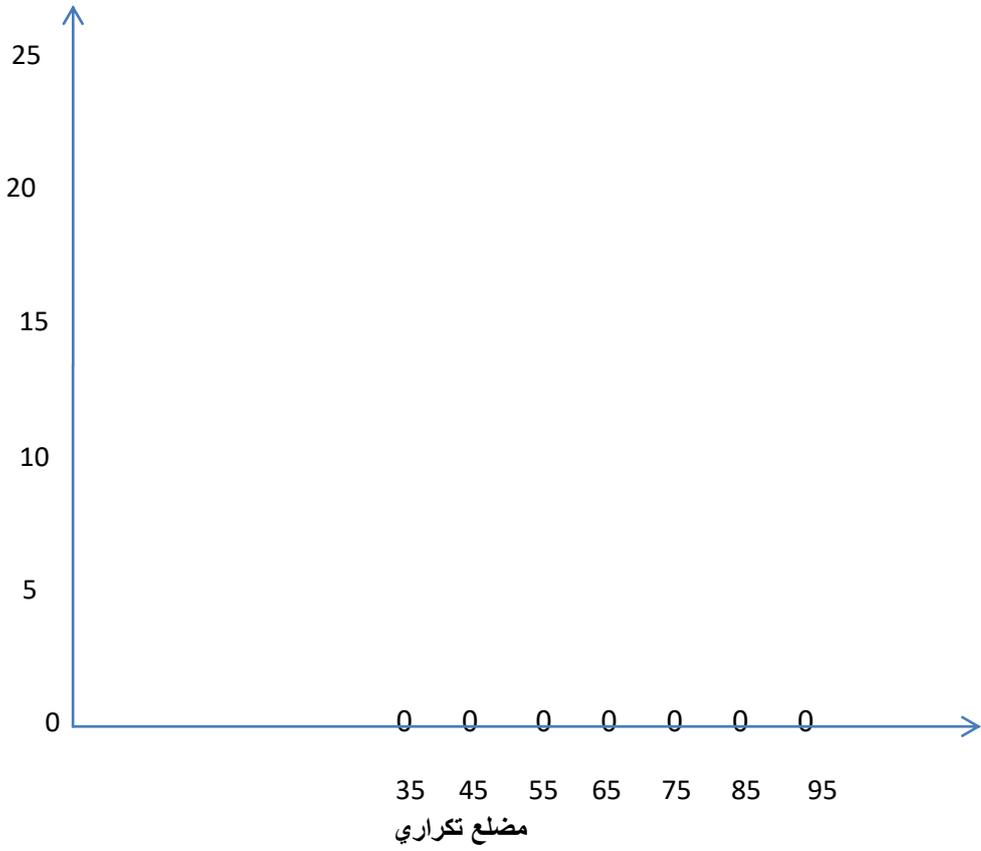
الطريقة الثانية : رسم المضلع التكراري على مراكز الفئات مباشرة دون ضرورة لرسم المدرج التكراري اولا وعليه فان المحور الافقي يمثل مراكز الفئات والمحور العمودي يمثل التكرارات ثم نصل النقاط ببعضها ببعض وعليه فان خطوات رسم المضلع التكراري كما يأتي :

1- يجاد مراكز الفئات على المحور الافقي

2- تحديد النقطة التي تقابل مركز كل فئة على المحور الرأسي

3 – وصل مستقيمت بين النقط التي حددناها ببعضها ببعض

وعليه فان المضلع التكراري يكون بالشكل التالي

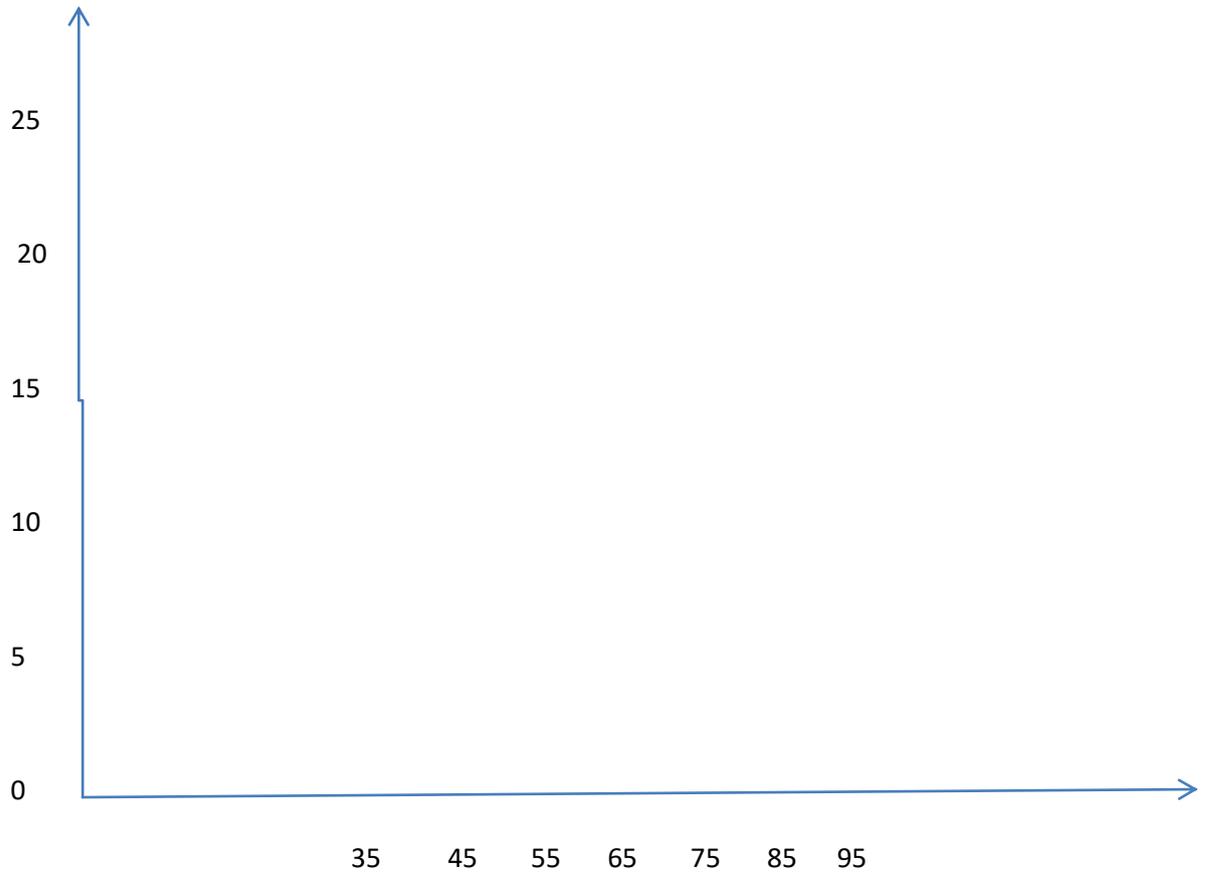


المنحنى التكراري :

هو طريقة شائعة في الرسم البياني وهو عبارة عن منحنى يمر بمعظم النقاط الواقعة على مراكز الفئات والتي ارتفاعها يمثل تكرارات تلك الفئة

خطوات رسم المنحنى التكراري

- نجد
- 1 مراكز الفئات
- نرسم
- 2 الاحداثيين الاقفي (الفئات) والعمودي (التكرارات) ثم نعين النقاط فوق مراكز الفئات ونصل بينها بمنحنى مستمر
- ولرسم
- 3 منحنى تكراري للمثال السابق (1) يكون كالآتي



المنحنى التكراري المتجمع الصاعد:

لرسم هذا المنحنى نتبع الخطوات الآتية :

- 1- نكون جدولاً تكرارياً متجمعاً صاعداً من الجدول التكراري البسيط
- 2- نرصد نقاطاً أحداثياتها الأفقية الحدود العليا للفئات وأحداثياتها العمودية التكرار المتجمع الصاعد ونصل هذه النقاط ببعضها بخط منحنى يكون هو المنحنى المتجمع الصاعد وتسري هذه الخطوات على الجداول الغير منتظمة بدون ان نعدل التكرارات وذلك لان رسم المنحنى المتجمع الصاعد او النازل لتوزيع فئات غير متساوية لا يستدعي تعديل التكرارات .

مثال (1) : التوزيع الآتي يمثل ما تدفعه 150 عائلة فلاحية للايجار سنوياً . المطلوب/ رسم منحنى متجمع صاعد لهذا التوزيع

| الفئات | 50-100 | 100-150 | 150-200 | 200-250 | 250-300 | 300-350 | 350-400 | المجموع |
|-----------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| التكرارات | 32 | 35 | 25 | 20 | 17 | 13 | 8 | 150 |

الحل :

| الحدود العليا للفئات | التكرار المتجمع الصاعد |
|----------------------|------------------------|
| أقل من 100 | 32 |
| أقل من 150 | 67 |
| أقل من 200 | 92 |
| أقل من 250 | 112 |
| أقل من 300 | 129 |
| أقل من 350 | 142 |
| أقل من 400 | 150 |



المنحنى التكراري المتجمع الصاعد

المنحنى التكراري المتجمع النازل :

لرسم المنحنى من الجدول البسيط المنتظم وغير المنتظم نتبع الخطوات الآتية :

- 1- نكون جدولاً تكرارياً متجمعاً نازلاً من الجدول التكراري البسيط
- 2- نرصد نقاطاً أحداثياتها الأفقية الحدود الدنيا للفئات وأحداثياتها العمودية التكرارات المتجمعة النازلة ثم نصل هذه النقاط ببعضها ببعض بخط منحنى فيكون هو المنحنى التكراري المتجمع النازل .

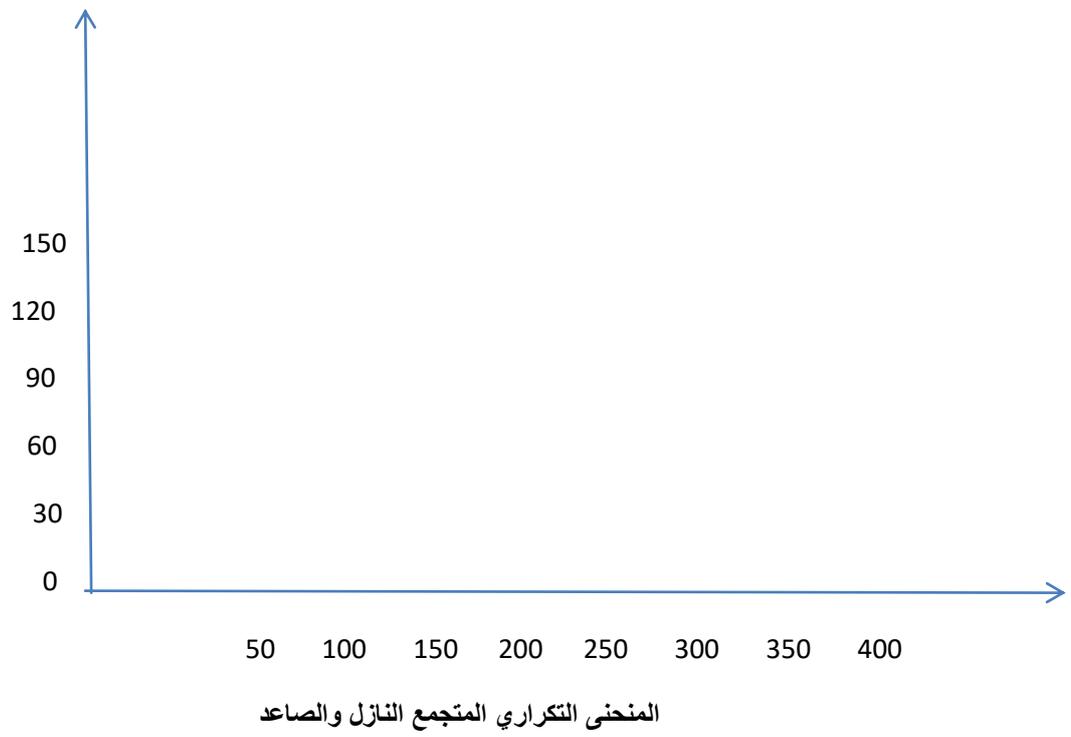
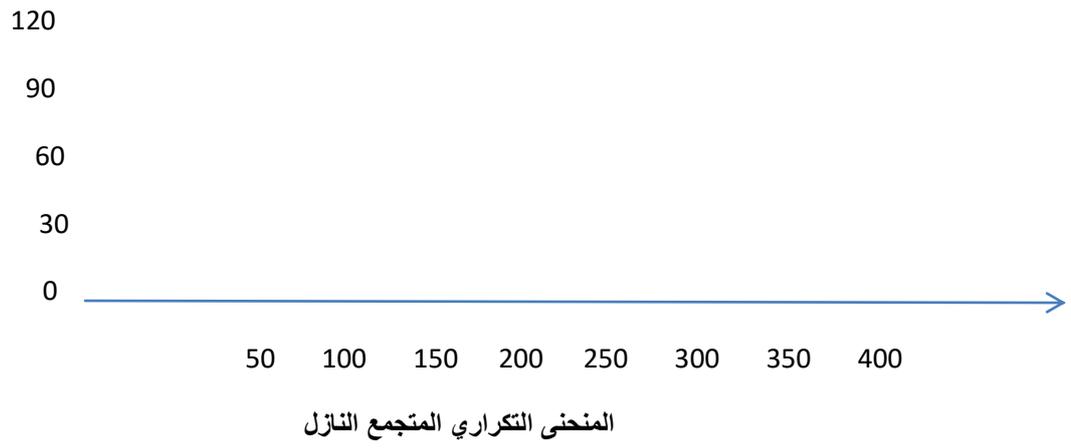
فلو عدنا للمثال السابق (1)

مثال: التوزيع الآتي يمثل ما تدفعه 150 عائلة فلاحية للايجار سنوياً . المطلوب/ رسم منحنى متجمع صاعد لهذا التوزيع

| الفئات | 50-100 | 100-150 | 150-200 | 200-250 | 250-300 | 300-350 | 350-400 | المجموع |
|-----------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| التكرارات | 32 | 35 | 25 | 20 | 17 | 13 | 8 | 150 |

الحل :

| الحدود الدنيا للفئات | التكرار المتجمع النازل |
|----------------------|------------------------|
| أكثر من 50 | 150 |
| أكثر من 100 | 118 |
| أكثر من 150 | 83 |
| أكثر من 200 | 58 |
| أكثر من 250 | 38 |
| أكثر من 300 | 21 |
| أكثر من 350 | 8 |



الاسبوع السادس

مقاييس النزعة المركزية : مفهومها واستخداماتها ، الوسط الحسابي في البيانات غير المبوبة والبيانات المبوبة .

مقاييس النزعة المركزية : رأينا في المحاضرات السابقة كيفية تمثيل البيانات بجداول ورسوم بغية تلخيصها وتوضيحها كذلك يمكن تمثيل البيانات بقيمة واحدة هي الوسط او المتوسط اي ان هذه البيانات تميل ان تقع في مركز البيانات المرتبة حسب الكبر لذلك تسمى مقاييس النزعة المركزية . والاوساط الاحصائية هي من اهم المقاييس الاحصائية الوصفية واكثرها استعمالا لدراسة البيانات ومقارنتها ، وهناك عدة انواع من المتوسطات واكثرها شيوعا واستعمالا هي :

الوسط الحسابي Arithmetic mean

الوسيط Median

المنوال Mode

الوسط الحسابي :

يسمى في بعض الاحيان الوسط او المتوسط او المعدل الحسابي وهو من اهم مقاييس النزعة المركزية على الاطلاق لما يمتاز به من سهولة في استخراجه من جهة ولخضوعه للعمليات الحسابية من جهة اخرى . وهناك عدة طرق لاستخراجها وهي كالآتي :

أ- الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة :

هناك طريقتين لحساب الوسط الحسابي

اولا : الطريقة المباشرة : الوسط الحسابي بموجب هذه الطريقة يمثل مجموع قياسات مفردات العينة مقسوما على عددها . يرمز للوسط الحسابي بالرمز \bar{X} وعليه فان الوسط الحسابي بموجب هذه الطريقة

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

مثال (1) : البيانات الاتية تمثل اوزان عينة من الطلبة قوامها 15 طالب

م/ ايجاد متوسط وزن الطالب في هذه العينة (متغيرات مستمرة)

50.2 , 60.9 , 68.3 , 59.2 , 58.1 , 62.3 , 65.3 , 52.9 , 61.5 , 63.2 , 59.1 ,
69.3 , 64.2 , 65.2 , 56.6

الحل :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

50.1+60.9+68.3+59.2+58.1+62.3+65.3+52.9+.....+59.6

15

916.3

15

=61.087 Kg .

لو قمنا بترتيب هذه البيانات تصاعديا لحصلنا على السلسلة التالية :

50.2 , 52.9 , 56.6 , 58.1 , 59.1 , 59.2, 60.9 , 61.9 , 62.3 , 63.2 , 64.2 ,
65.2 , 68.3 , 69.3

نلاحظ تمركز قيمة \bar{X} وسط هذه المجموعة هذا ما نقصده بمقاييس النزعة المركزية .

ثانيا : الطريقة المختصرة (طريقة الانحرافات)

تستخدم هذه الطريقة في حالة كون قياسات العينة اعداد كبيرة يصعب التعامل معها عند ايجاد الوسط الحسابي خصوصا عند عدم توفر حاسبات تفي بالغرض مما يفضل اختزال هذه الاعداد الى اعداد اصغر يسهل التعامل معها . نختار وسط فرضي يكون قريب من الوسط الحسابي من نفس البيانات او خارج عنها ويرمز له A ثم نجد انحرافات القيم عن الوسط الفرضي ويرمز له d_i وعليه فان الوسط الحسابي يكون

$$\sum d_i$$

$$\bar{X} = A + \frac{\sum d_i}{n}$$

n

حيث ان

A تمثل الوسط الفرضي =

تمثل انحرافات القيم عن الوسط الفرضي = d_i وان

$$d_i = x_i - A$$

ملاحظة قيمة A قيمة ثابتة نختارها من ضمن القيم ، نعتقد انها تمثل وسط القيم او مركزها اي تكون قريبة من الوسط الحسابي

حل المثال رقم (1) بطريقة الانحرافات

1- نحدد قيمة A بحيث تكون قريبة من الوسط الحسابي وفي قيمة A تمثل 61.5 او اي قيمة اخرى نختارها

2- نجد قيمة d_i والتي تساوي $X_i - A$ وعليه فان d_i للبيانات

وهكذا $50.2 - 61.5 = -11.3$, $60.9 - 61.5 = -0.6$, $68.3 - 61.5 = 6.8$, $59.2 - 61.5 = -2.3$

3- نجمع d_i

4- نطبق القانون

$$\begin{aligned} \bar{X} &= A + \frac{\sum d_i}{n} \\ &= 61.5 + \frac{-5}{15} \\ &= 61.5 + 0.333 = \underline{61.833} \end{aligned}$$

س واجب البيانات التالية تمثل عدد افراد عينة من الاسر قوامها 12 اسرة
م/ ايجاد متوسط عدد افراد الاسرة (بالطريقة المختصرة والطريقة المباشرة)
البيانات :

3 , 4 , 7 , 8 , 10 , 9 , 2 , 5 , 6 , 9 , 7 , 5 .

ب- الوسط الحسابي لبيانات مبوبة :

اولا : الطريقة المباشرة

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i}$$

حيث أن

\bar{X} = الوسط الحسابي

f_i = التكرارات

X_i = مراكز الفئات

خطوات ايجاد الوسط الحسابي لبيانات مبوبة :

- 1- تعيين مراكز الفئات
 2- ضرب مركز كل فئة في التكرار المقابل له
 3- قسمة مجموع (حاصل ضرب مركز كل فئة * تكرارها) على مجموع التكرارات
- مثال (1) الجدول الاتي يبين توزيع الاجور الاسبوعية لـ 63 عامل في احدى الشركات

| الفئات | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 | 100-110 | المجموع |
|-----------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|
| التكرارات | 8 | 10 | 16 | 14 | 10 | 5 | 63 |

الحل :

| الفئات | التكرارات (fi) | مراكز الفئات (Xi) | Fi Xi |
|---------|----------------|-------------------|-------|
| 50-60 | 8 | 55 | 440 |
| 60-70 | 10 | 65 | 650 |
| 70-80 | 16 | 75 | 1200 |
| 80-90 | 14 | 85 | 1190 |
| 90-100 | 10 | 95 | 950 |
| 100-110 | 5 | 105 | 525 |
| المجموع | 63 | | 4955 |

نطبق القانون

$$\bar{X} = \frac{\sum fi Xi}{\sum fi}$$

$$= \frac{4955}{63} = 78.65$$

ثانيا : الطريقة المختصرة

نحتاج الى اختيار الوسط الفرضي ثم ايجاد انحرافات القيمة عن الوسط الفرضي حيث ان :

$$d_i = X_i - A \quad \text{وان } X_i \text{ تمثل مركز الفئة ثم نستخدم القانون الاتي :}$$

$$\sum f_i d_i$$

$$\bar{X} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

$$\sum f_i$$

خطوات ايجاد الوسط الحسابي لبيانات مبوبة بالطريقة المختصرة :

- 1- نجد مراكز الفئات X_i
- 2- نحدد وسطا فرضيا A
- 3- نجد انحرافات المراكز عن الوسط الفرضي d_i
- 4- نضرب كل انحراف في التكرار المقابل له $d_i f_i$
- 5- نجمع حاصل الضرب (الانحرافات * التكرارات)
- 6- نطبق القانون

ملاحظة : اختيار الوسط الفرضي يؤدي الى تبسيط العمليات الحسابية ويكون اختياره حسب القواعد الاتية :

- 1- ان يكون الوسط الفرضي مركز لاحدى الفئات
- 2- ان يكون قريبا من الوسط الحسابي
- 3- ان يكون امام اكبر تكرار

حل المثال السابق (1) بالطريقة المختصرة

المثال :

الجدول الاتي يبين توزيع الاجور الاسبوعية لـ 63 عامل في احدى الشركات

| الفئات | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 | 100-110 | المجموع |
|-----------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|
| التكرارات | 8 | 10 | 16 | 14 | 10 | 5 | 63 |

| الفئات | التكرارات f_i | مركز الفئات (X_i) | $D_i = X_i - A$ | $f_i d_i$ |
|--------|-----------------|---------------------|-----------------|-----------|
| 50-60 | 8 | 55 | -20 | -160 |
| 60-70 | 10 | 65 | -10 | -100 |

| | | | | |
|---------|----|-----------|----|-----|
| 70-80 | 16 | <u>75</u> | 0 | 0 |
| 80-90 | 14 | 85 | 10 | 140 |
| 90-100 | 10 | 95 | 20 | 200 |
| 100-110 | 5 | 105 | 30 | 150 |
| المجموع | 63 | | | 230 |

$\sum fidi$

$$\bar{X} = A + \frac{\sum fidi}{\sum fi}$$

$\sum fi$

230

$$= 75 + \frac{63}{230}$$

63

$$\bar{X} = 78.65$$

ملاحظة لقد تم اختيار 75 كوسط فرضي لانه يقابل اكبر تكرار

س واجب الاتي توزيع تكراري لعينة من الاسر قوامها 75 اسرة حسب عدد افراد الاسرة

م/ حساب متوسط عدد افراد الاسرة في هذه العينة (بالطريقة المباشرة والطريقة غير المباشرة)

| الفئات | 2-4 | 5-7 | 8-10 | 11-13 | 14-16 | 17-19 | 20-22 | المجموع |
|-----------|-----|-----|------|-------|-------|-------|-------|---------|
| التكرارات | 8 | 12 | 20 | 13 | 10 | 8 | 4 | 75 |

الاسبوع السابع والثامن

الوسيط، طرق حسابه للبيانات غير المبوبة والبيانات المبوبة حسابيا وبيانيا. المنوال ، مفهومه ، حسابه للبيانات غير المبوبة والبيانات المبوبة (طريقة بيرسون حسابيا وبيانيا)

الوسيط :

الوسيط لمجموعة من القيم هو القيمة التي يقع ترتيبها وسط المجموعة عند ترتيب هذه القيم تصاعديا او تنازليا . اي تقسم المجموعة الى قسمين متساويين ، بحيث يساوي عدد الحدود التي اصغر من الوسيط عدد الحدود الاكبر منه ، فمثلا لو كانت لدينا القيم 5 , 6 , 9 , 17 , 2 و اردنا ايجاد الوسيط لهذه المجموعة فإننا نرتب القيم تصاعديا فتصبح 2 , 5 , 6 , 9 , 17 فتكون القيمة التي تقع في الوسط هي الوسيط اي ان 6 هي الوسيط

الوسيط لبيانات غير مبوبة

1- اذا كان عدد القيم فرديا فيكون ترتيب الوسيط كما في الصيغة الاتية

$$T = \frac{n+1}{2}$$

2

حيث ان T تمثل ترتيب الوسيط وان n تمثل عدد القيم

خطوات ايجاد الوسيط

1- ترتيب القيم اما تصاعديا او تنازليا

2- نجد ترتيب الوسيط حسب الصيغة الاتية :

$$T = \frac{n+1}{2}$$

3- تكون قيمة الوسيط هي القيمة الموجودة امام الترتيب الناتج في الخطوة (2)

مثال (1)

اوجد الوسيط للبيانات التالية

134 , 78 , 204 , 63 , 12 , 189 , 152 .

الحل : نرتب القيم اما تصاعديا او تنازليا

ترتيب تصاعدي 12 , 63 , 78 , 134 , 152 , 189 , 204

او ترتيب تنازلي 204 , 189 , 152 , 134 , 78 , 63 , 12

n+1

----- (T) ترتيب الوسيط

2

7+1

$$T = \frac{7+1}{2} = 4$$

2

الوسيط هو الترتيب الرابع اي ان $Me = 134$

س اوجد الوسيط لدرجات عينة من الطلبة قوامها 9 طلاب في امتحان معين

الدرجات : 63 , 55 , 62 , 53 , 70 , 68 , 65 , 79 , 80

2- اذا كانت عدد القيم (n) زوجي فيكون الوسيط هو الوسط الحسابي لقيمتي الترتيبين اللتين تسلسلها على التوالي هو

$$\frac{n}{2} \text{ و } \frac{n}{2} + 1$$

مثال (2) المطلوب ايجاد الوسيط للاعداد الآتية :

152 , 189 , 12 , 63 , 204 , 78 , 134 , 7

الحل : نرتب القيم اما تصاعديا او تنازليا

الترتيب التصاعدي . 7 , 12 , 63 , 78 , 134 , 152 , 189 , 204

$$\frac{n}{8}$$

$$T = \frac{78}{2} = \frac{78}{2} = 4$$

$$\frac{n}{8}$$

$$T = \frac{134}{2} + 1 = \frac{134}{2} + 1 = 5$$

الوسيط يمثل الوسط الحسابي لهاتين القيمتين اي ان

$$\frac{78+134}{2}$$

$$Me = \frac{78+134}{2} = 106$$

اما لو كان الترتيب تنازلي : 204 , 189 , 152 , 134 , 78 , 63 , 12 , 7

$$\frac{n}{8}$$

$$T = \frac{78}{2} = \frac{78}{2} = 4$$

$$\frac{n}{8}$$

$$T = \frac{134}{2} + 1 = \frac{134}{2} + 1 = 5$$

الوسيط يمثل الوسط الحسابي لهاتين القيمتين اي ان

$$\frac{134+78}{2}$$

$$Me = \frac{106}{2} = 53$$

2

س واجب الاتي اعمار عينة من الافراد قوامها 12 فرد جد الوسيط لعمر الفرد في هذه العينة

20 , 22 , 19.5 , 26 , 24.5 , 27 , 28 , 29 , 18 , 20 , 23 , 25

الوسيط لبيانات مبوبة : (متغير متقطع)

يمكننا ايجاد الوسيط من الجداول التكرارية البسيطة بتحويلها الى جداول تكرارية صاعدة او نازلة .

أ- الوسيط في حالة التكرار المتجمع الصاعد

خطوات ايجاد الوسيط لبيانات مبوبة لمتغير متقطع

1- نجد التكرار المتجمع الصاعد $\sum f_i$

2- نجد ترتيب الوسيط والذي يساوي ----- ملاحظة f_i هنا التكرارات الاصلية

2 وليس التكرار المتجمع الصاعد

3- نحدد قيمة الوسيط وهي التي تقع بين التكرارين (يعني ترتيب الوسيط بين التكرارين)

4- نحدد فئة الوسيط مركز هذه الفئة يمثل الوسيط

مثال (1): الاتي توزيع لعينة من الاسر حسب عدد افراد الاسرة .

م/ حساب الوسيط لعدد افراد الاسرة

| الفئات | التكرارات (f_i) | الحدود العليا للفئات | التكرار المتجمع الصاعد (F_i) |
|--------------|---------------------|----------------------|----------------------------------|
| 2-4 | 6 | 4 فأقل | 6 |
| 5-7 | 9 | 7 فأقل | 15 |
| 8-10 | 12 | 10 فأقل | 27 |
| 11-13 | 20 | 13 فأقل | 47 |
| 14-16 | 14 | 16 فأقل | 61 |
| 17-19 | 11 | 19 فأقل | 72 |
| 20-22 | 8 | 22 فأقل | 80 |
| المجموع | 80 | | |

$$\sum f_i$$

ترتيب الوسيط : T=-----

2

80

اي الوسيط يقع بين التكرارات 27 و 47 =----- =40

وعليه فان فئة الوسيط هي الفئة (11-13) لانها 2

الاقرب الى 47 وان الوسيط يمثل مركز هذه الفئة

وعليه فالوسيط يساوي 12 وكالاتي

11+13

----- =12

2

س واجب حل السؤال السابق في حالة التكرار المتجمع النازل

الوسيط لبيانات مبوبة لمتغير مستمر

نستخدم القانون الاتي

$\sum f_i$

----- - F_{k-1}

2

$Me = L_k + \frac{\sum f_i}{2} * h_k$

F_k

حيث ان :

الوسيط = Me

الحد الادنى لفئة الوسيط = L_k

مجموع التكرارات الاصلية = $\sum f_i$

تكرار الفئة السابقة = F_{k-1}

الفرق بين التكرارين = F_k (التكرار المتجمع الصاعد اللاحق - التكرار المتجمع الصاعد السابق) او التكرار الاصلي للفئة

طول فئة الوسيط = h_k

خطوات الحل :

1- نجد اما التكرار المتجمع الصاعد او التكرار المتجمع النازل

$\sum fi$

2- نجد ترتيب الوسيط من الصيغة -----

2

3- نحدد فئة الوسيط والتي تقع بين التكرارين

4- نطبق صيغة القانون اعلاه

مثال (1)

اوجد الوسيط من التوزيع التكراري الاتي :

| الفئات | التكرارات (fi) | الحدود العليا للفئات | التكرار المتجمع الصاعد (Fi) |
|---------|----------------|----------------------|-----------------------------|
| 50-60 | 8 | 60 فأقل | 8 |
| 60-70 | 10 | 70 فأقل | 18 |
| 70-80 | 16 | 80 فأقل | 34 |
| 80-90 | 14 | 90 فأقل | 48 |
| 90-100 | 10 | 100 فأقل | 58 |
| 100-110 | 5 | 110 فأقل | 63 |
| 110-120 | 2 | 110 فأقل | 65 |
| المجموع | 65 | | |

$\sum fi$

ترتيب الوسيط : T=-----

2

65

$$\text{الوسيط يقع بين التكرارات 18 و 34} = \text{-----} = 32.5$$

2

اي ان فئة الوسيط هي 70-80

نطبق صيغة القانون الاتية

$$Me = L_k + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - F_{k-1}}{F_k} * h_k$$

65

----- -18

2

$$Me = 70 + \text{-----} * 10$$

34-18

$$= 79.63$$

ملاحظة : في حالة التكرار المتجمع الصاعد نختار الفئة الوسطية المقابلة للتكرار الاقرب

وفي حالة التكرار المتجمع النازل نختار الفئة الوسيطة المقابلة للتكرار الاعد

س واجب الاتي توزيع تكراري للدخل الشهري لعينة من الاسر قوامها 80 اسرة

م/ جد الوسيط للدخل الشهري للاسرة في هذه العينة (للمتجمع الصاعد و للمتجمع النازل)

| | | | | | | | | |
|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| الفئات | 100-120 | 120-140 | 140-160 | 160-180 | 180-200 | 200-220 | 220-240 | المجموع |
|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|

| | | | | | | | | |
|-----------|---|---|----|----|----|----|---|----|
| التكرارات | 3 | 7 | 14 | 20 | 18 | 12 | 6 | 80 |
|-----------|---|---|----|----|----|----|---|----|

ملاحظة (1) : في حالة المتجمع النازل نطبق الصيغة الآتية :

$$F_{k-1} - T$$

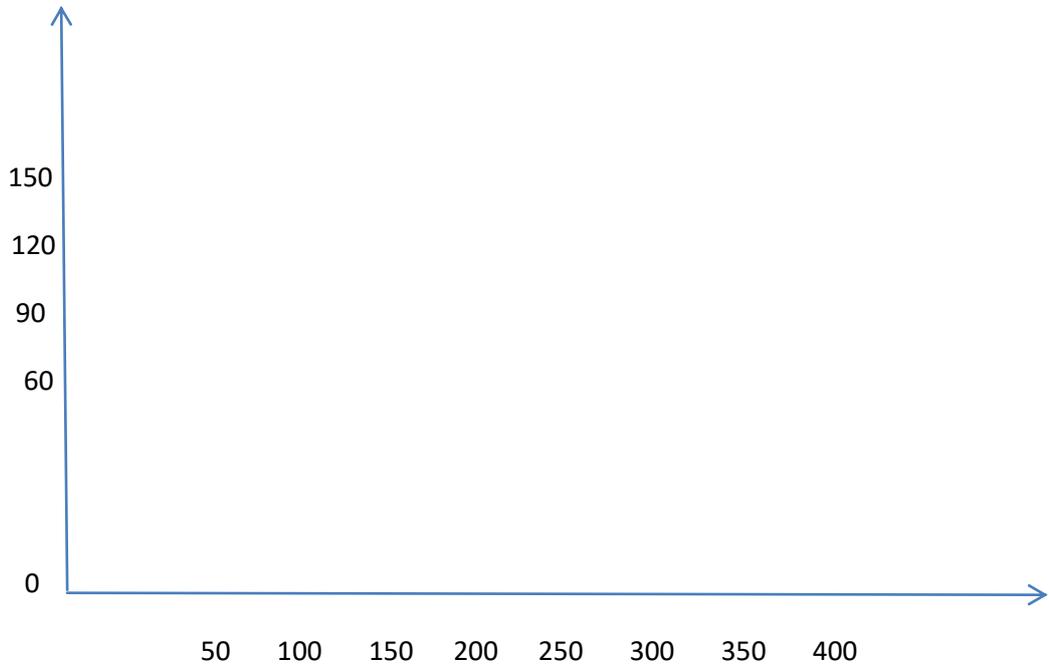
$$Me = L_k + \frac{F_{k-1} - T}{F_k} * h_k$$

$$F_k$$

ملاحظة (2) : يمكن ايجاد الوسيط من بيانات مفتوحة كما يمكن ايجاده اذا كانت اطوال الفئات غير متساوية دون الحاجة الى تعديل التكرارات .

هذا ويمكن ايجاد الوسيط باستخدام الرسم البياني للمنحنيين التصاعدي والتنازلي وذلك بانزال عمود من نقطة تقاطعهما الى المحور السيني ليقطعه في نقطة هي قيمة الوسيط

فلو عدنا للمثال (1) ص 19 فان الوسيط للمتجمع الصاعد والنازل يكون كالآتي :



المنحنى التكراري المتجمع النازل والصاعد مع موقع الوسيط

: المنوال

يعرف المنوال بأنه القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها

أ- حساب المنوال من بيانات غير مبوبة

مثال (1)

اوجد المنوال في البيانات الآتية

3, 4, 5, 6, 2, 3

الحل : المنوال هو الرقم 3 لأنه تكرر أكثر من غيره من بين مفردات المجموعة .

ملاحظة : بعض القيم تكون عديمة المنوال اذا لم يوجد رقم متكرر أكثر من غيره كما قد يكون هناك أكثر من منوال في المجموعة في حالة أكثر من رقم .

مثال (2) : احسب المنوال للبيانات التالية

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 19

لا يوجد منوال لهذه البيانات لأنه لا يوجد رقم متكرر

مثال (3) جد المنوال للبيانات التالية

2, 4, 8, 10, 12, 2, 5, 4, 6

المنوال هنا 4 منوال و 2 منوال لانهما تكررنا بنفس المقدار

ب- المنوال لبيانات مبوبة

يمكن ايجاد المنوال بعدة طرق بعد ايجاد الفئة المنوالية ، وتعرف الفئة المنوالية بانها : الفئة التي تحتوي على اكبر تكرار، وذلك لان المنوال حسب التعريف هو القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها . ومن هذه الطرق

طريقة بيرسون وتسمى ايضا طريقة الفروق

ملخص هذه الطريقة (الخطوات)

1- نختار اكبر تكرار نفرضه f_k والفئة التي تقابله هي الفئة المنوالية (طولها h_k)

2- نحدد التكرار الذي قبله ويرمز له f_{k-1}

3- نحدد التكرار الذي بعده ويرمز له f_{k+1}

4- نحدد الحد الأدنى للفئة المنوالية (بداية الفئة المنوالية) ويرمز لها L_k

5- نحسب قيمة المنوال بتطبيق صيغة القانون الآتي

$$(f_k - f_{k-1})$$

$$Mo = L_k + \frac{\Delta_1}{(f_k - f_{k-1}) + (f_k - f_{k+1})} * h_k$$

ولتسهيل الامر نرمز لـ الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة التي قبلها بـ Δ_1 ونرمز للفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة التي بعدها بـ Δ_2 فيصبح القانون

$$Mo = L_k + \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{(f_k - f_{k-1}) + (f_k - f_{k+1})} * h_k$$

حيث ان :

المنوال Mo

L_k = بداية الفئة المنوالية

f_k = تكرار الفئة المنوالية

f_{k-1} = التكرار السابق للفئة المنوالية

f_{k+1} = التكرار اللاحق للفئة المنوالية

h_k = طول الفئة المنوالية

مثال (1) : من الجدول الاتي اوجد المنوال بطريقة بيرسون

| الفئات | التكرارات (fi) |
|--------------|----------------|
| 50-60 | 8 |
| 60-70 | 10 |
| 70-80 | 16 |
| 80-90 | 14 |
| 90-100 | 10 |
| 100-110 | 5 |
| 110-120 | 2 |
| المجموع | 65 |

F_{k-1}

f_k الفئة المنوالية تقابل اكبر تكرار

F_{k+1}

الحل :

1- اكبر التكرارات f_k هو 16 وعليه فان الفئة المنوالية هي (70-80)

2- F_{k-1} (التكرار السابق للفئة المنوالية هو 10

3- F_{k+1} (التكرار اللاحق للفئة المنوالية هو 14

4- L_k بداية الفئة المنوالية هو 70

5- h_k طول الفئة المنوالية هو 10

6- نطبق القانون

$$(f_k - f_{k-1})$$

$$Mo = L_k + \frac{60}{(f_k - f_{k-1}) + (f_k - f_{k+1})} * h_k$$

$$(f_k - f_{k-1}) + (f_k - f_{k+1})$$

(16-10)

60

$$Mo = 70 + \frac{60}{(16-10)+(16-14)} * 10 = 70 + \frac{60}{8} = \underline{77.33}$$

(16-10)+(16-14)

8

س واجب الاتي توزيع تكراري لاطوال عينة من الاشخاص البالغين قوامها 50 شخص

م/ حساب المنوال لطول الشخص في هذه العينة بطريقة بيرسون

| الفئات | 190-200 | 180-190 | 170-180 | 160-170 | 150-160 | المجموع |
|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| التكرارات | 6 | 9 | 15 | 12 | 8 | 50 |

ملاحظة (1) : يمكن ايجاد المنوال من بيانات مفتوحة وهذه احد مزاياه

ملاحظة (2) : اذا كانت اطوال الفئات غير متساوية يستلزم تعديل التكرارات . والتكرار المعدل

هو تكرار الفئة الاصلي مقسوم على طول الفئة ويرمز للتكرار المعدل بـ f_i^*

س : من التوزيع الاتي اوجد المنوال

| الفئات | التكرار | طول الفئة | التكرار المعدل |
|--------|---------|-----------|----------------|
| 5-10 | 2 | 5 | $2/5=0.4$ |
| 10-15 | 6 | 5 | $6/5=1.2$ |

| | | | |
|-------|----|----|-----|
| 15-25 | 10 | 10 | 1 |
| 25-35 | 22 | 10 | 2-2 |
| 35-50 | 27 | 15 | 1.8 |
| 50-60 | 11 | 10 | 1.1 |

$$2.2 - 1 \qquad 1.2$$

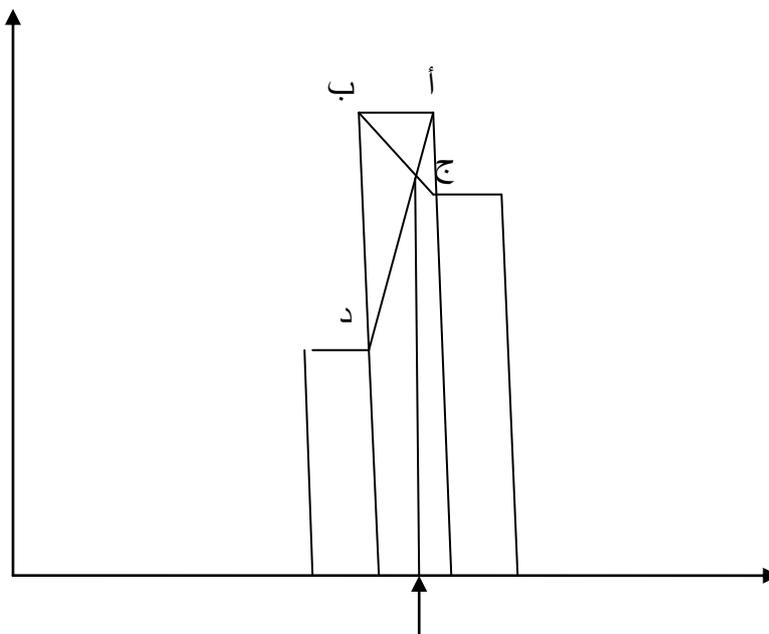
$$Mo = 25 + \frac{2.2 - 1}{(2.2 - 1) + (2.2 - 1.8)} * 10 = 25 + \frac{1.2}{1.2 + 0.4} * 10$$

$$12$$

$$Mo = 25 + \frac{7.5}{1.6} = 25 + 4.6875$$

$$Mo = \underline{32.5}$$

هذا ويمكن تقدير المنوال بطريقة الرسم البياني للمدرج التكراري وذلك باستعمال مستطيل الفئة المنوالية (وهو اعلى مستطيل لانه يمثل اكثر التكرارات) والمستطيلان المجاوران له فلو عدنا للمثال (1) ص 14 فان المنوال يتحدد بوصل النقطة أ مع النقطة د والنقطة ب مع النقطة ج ومن نقطة تلاقيهما ننزل عمودا على المحور السيني يقطعه في نقطة هي قيمة المنوال . وكالاتي



المنوال

الاسبوع التاسع

مقاييس التشتت مفهومها واستخدامها/ المدى للبيانات المبوبة وغير المبوبة ,
الانحراف الربيعي للبيانات غير المبوبة .

مقاييس التشتت : - هي تباعد او انتشار قيم مجموعة من المفردات عن بعضها البعض او عن قيمة معينة ثابتة (مثل الوسط الحسابي) وتستخدم لغرض اجراء المقارنة بين مجموعتين او اكثر من البيانات عن ظاهرة معينة.

مثلا الوسط الحسابي للمجموعات الثلاثة التالية يساوي 9

المجموعة الاولى :القيم 7,8 ,9 ,10 ,11,

الوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{45}{5} = 9$$

المجموعة الثانية : القيم 3,6,9,12,15

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{45}{5} = 9$$

المجموعة الثالثة : القيم 1,5,9,13,17

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{45}{5} = 9$$

عند المقارنة بين هذه القيم نلاحظ ان المجموعة الاولى اكثر تجانسا من المجاميع الاخرى وكما مبيّن بالرسم

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|---|--|--|--|--|--------|
| المجموعة | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | الاولى |
| المجموعة الثانية | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | |
| المجموعة الثالثة | 0 | | 0 | | 0 | | 0 | | 0 | | | | 0 | | | | | 0 |

وهناك نوعين من مقاييس التشتت وهي :-

1- مقاييس التشتت المطلقة

2- مقاييس التشتت النسبية

وسنكتفي بدراسة مقاييس التشتت المطلقة فقط

مقاييس التشتت المطلقة :- هي مقاييس تبين درجة تجانس قيم مجموعة من البيانات بشكل مطلق وتكون مقاسة بنفس وحدات قياس المتغير العشوائي (وحدات، طول، وزن، عدد.... الخ) و المقاييس هي:

1- المدى Range

2- الانحراف الربيعي Quartile Deviation

3- الانحراف المعياري Standard Deviation

المدى :

يسمى احيانا بمجال التغير وهو من ابسط مقاييس التشتت المطلق ويعرف بأنه الفرق بين اعلى قيمة واقل قيمة من مجموعة البيانات . فإذا كانت x_L تمثل اعلى قيمة وان x_S تمثل ادنى قيمة فان المدى يحسب وفق الصيغة التالية :

$$R = x_L - x_S$$

اما في حالة البيانات المبوبة فان المدى : عبارة عن الفرق بين الحد الادنى للفئة الاولى والحد الاعلى للفئة الاخيرة فاذا كان الحد الاعلى u والحد الادنى L فان المدى $R = U - L$

مثال الاتي بيانات غير مبوبة المطلوب ايجاد المدى لهذه البيانات

2 , 5 , 3 , 8 , 7 , 10 , 9 , 12 , 15

$$R = X_L - X_S = 15 - 2 = \underline{13}$$

مثال (2) بيانات مبوبة

من خلال جدول التوزيع التكراري التالي اوجد المدى

| الفئات | 8-16 | 16-24 | 24-32 | 32-40 | 40-48 | المجموع |
|-----------|------|-------|-------|-------|-------|---------|
| التكرارات | 20 | 25 | 8 | 6 | 3 | 62 |

$$R = U - L$$

الحل

$$= 48 - 8 = \underline{40}$$

لا يستخدم المدى كثيرا لأنه يستند الى قيمتين الاولى والاخيرة ويهمل باقي القيم وهذا يعني انه مقياس حساس جدا لاي خطأ قد يحصل في قياس احدي هاتين القيمتين او كليهما كما لا يمكن حسابه في حالة الجداول التكرارية المفتوحة

سؤال واجب الاتي درجات الحرارة لاحدى المدن خلال يومين

م / اوجد المدى لدرجات الحرارة ثم قارن ايهما اكثر تجانسا خلال يومين

اليوم الاول 7 , 8 , 11 , 10 , 4 , 3 , 5 , 6

اليوم الثاني 7 , 9 , 12 , 16 , 8 , 4 , 5 , 7

سؤال واجب الجدول التكراري التي يبين اوزان 50 طالبا

م / حساب المدى لهذا التوزيع

| فئات الوزن | 50-55 | 55-60 | 60-65 | 65-70 | 70-75 | 75-80 | 80-85 | المجموع |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|
| التكرارات | 8 | 5 | 11 | 16 | 4 | 4 | 2 | 50 |

الانحراف الربيعي :-

من اهم عيوب المدى هو اعتماده على القيمتين الاولى والاخيرة التي غالبا ما تكون شاذة (متطرفة) وبهدف التغلب على هذا العيب نقوم بحذف بعض القيم الشاذة فاذا اهلنا الربع الاول والربع الاخير من هذه القيم فانه يمكن الحصول على مقياس تشتت يعتبر افضل من المدى ويعتمد في حسابه على كل من الربيعين الادنى (الاول) والاعلى (الثالث) ويسمى بالانحراف الربيعي (نصف المدى الربيعي) ويعرف **الانحراف الربيعي** بانه متوسط الفرق بين الربع

الثالث والرابع الاول لمجموعة من البيانات سواء كانت مبوبة او غير مبوبة . فإذا رمزنا للرابع الاول (الادنى) Q_1 وللرابع الثالث بالرمز Q_3 وللانحراف الربيعي Q.D

الرابع الثالث – الرابع الاول

وعليه فان الانحراف الربيعي =

2

$Q_3 - Q_1$

Q. D = -----

2

وطريقة حساب الربيعين الادنى والاعلى هي تماما كطريقة حساب الوسيط

حساب الربيعين من بيانات غير مبوبة

لحساب قيمة الربع الاعلى والرابع الادنى يجب تحديد ترتيب (موقع) كل منهما مسبقا مثلما فعلنا عند حساب قيمة الوسيط .

ترتيب (موقع) الربع الادنى = عدد القيم / 4

وعليه فان : $T.Q_1 = n / 4$

حيث ان $T.Q_1$ تمثل ترتيب الربع الاول وان n هي عدد القيم

وترتيب الربع الثالث (الاعلى) = (عدد القيم / 4) * 3

$T.Q_3 = 3 * (n / 4)$ اي على بعد 75% من بداية البيانات ويجب هنا ايضا ان يعاد ترتيب

مجموعة القيم تصاعديا او تنازليا قبل حساب موقع او ترتيب الربيعين

مثال (1) احسب الربيعين الاعلى والادنى والانحراف الربيعي لمجموعة البيانات الاتية :

3 , 7 , 5 , 2 , 8 , 12 , 10 , 15

الحل :

-1 ترتيب القيم ترتيبا تصاعديا او ترتيبا تنازليا
ترتيب تصاعدي

2 , 3 , 5 , 7 , 8 , 10 , 12 , 15

-2 نجد ترتيب الربع الادنى (الاول)

n 8

$T.Q_1 = \frac{8}{4} = 2$ أي ان ترتيب الربع الاول هو الترتيب

الثاني من بين البيانات ويساوي (3) اي ان
 $Q_1 = 3$

-3 نحدد ترتيب الربع الاعلى (الثالث)

n 8

$T.Q_3 = 3 * \frac{8}{4} = 6$ بمعنى ان موقع الربع الثالث هو الترتيب

السادس من البيانات ويساوي 10 اي ان

$Q_3 = 10$

-4 نجد الانحراف الربيعي والذي يمثل متوسط الفرق

بين الربع الاعلى والربع الادنى

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{10 - 3}{2} = 3.5$$

س واجب جد الانحراف الربيعي للقيم التالية

2 , 7 , 9 , 3 , 10 , 12 , 22 , 4 , 8 , 20 , 19 , 18 , 17 , 5 , 21 , 23

الاسبوع العاشر

الانحراف الربيعي للبيانات المبوبة حسابيا وبيانيا

طريقة حساب الربع الاعلى والادنى من بيانات مبوبة (جدول تكراري) تماثل تماما

طريقة حساب الوسيط السابق شرحها .

خطوات ايجاد الربيعين لبيانات مبوبة كالآتي:

-1 اعداد جدول تكراري تجمعي صاعد او نازل

-2 تحديد ترتيب الربع الادنى وذلك بتطبيق الصيغة

الآتية :

$$T.Q_1 = \frac{\sum f_i}{4}$$

-3 تحديد ترتيب الربع الاعلى بالصيغة الآتية :

$$T.Q_3 = 3 * \left(\frac{\sum f_i}{4} \right)$$

4- حساب قيمة كل من الربيعين من جدول تكراري

متجمع صاعد او متجمع نازل وباستخدام الصيغة الاتية:

موقع الربيع الادنى - التكرار المتجمع السابق

قيمة الربيع الادنى = بداية فئة الربيع الادنى +

* طول فئة الربيع

الادنى الفرق بين التكرارين (الصاعد السابق واللاحق)

القانون بالصيغة الاتية:

$$T.Q_1 - f_{k-1}$$

$$Q_1 = L_1 + \frac{\quad}{F_k} * h_k \text{ حيث ان}$$

F_k

الربيع الادنى Q_1

بداية فئة الربيع الادنى L_1

ترتيب الربيع الادنى $T.Q_1$ ويساوي $\sum f_i / 4$

التكرار المتجمع السابق الادنى f_{k-1}

الفرق بين التكرارين الصاعد السابق واللاحق f_k وهو نفسه التكرار الاصلي لفئة

الربيع الادنى

طول فئة الربيع الادنى h_k

موقع الربيع الاعلى - التكرار المتجمع السابق

قيمة الربيع الاعلى = بداية فئة الربيع الاعلى

* طول فئة الربيع

الاعلى الفرق بين التكرارين الصاعد السابق واللاحق

والقانون يكون بالصيغة الاتية :

$$T.Q_3 - f_{k-1}$$

$$Q_3 = L_3 + \frac{\quad}{F_k} * h_k$$

F_k

حيث ان

الربيع الاعلى Q_3

بداية فئة الربيع الاعلى L_3

ترتيب الربيع الاعلى $T.Q_3$ ويساوي $3 * (\sum f_i / 4)$

التكرار المتجمع السابق الاعلى f_{k-1}

الفرق بين التكرارين الصاعد f_k ويعتبر التكرار الاصلي لفئة الربيع الاعلى

(السابق واللاحق)

طول فئة الربيع الاعلى h_k

حساب الانحراف الربيعي والصيغة الاتية :

$$Q.D = Q_3 - Q_1 / 2$$

مثال : احسب الانحراف الربيعي للتوزيع التكراري الاتي لدرجات 50 من الطلبة في احدى السنوات

| الفئات | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | المجموع |
|-----------|------|-------|-------|-------|-------|---------|
| التكرارات | 5 | 8 | 15 | 16 | 6 | 50 |

الحل :

لحساب قيمتي الربيع الاعلى والادنى يلزم اعداد جدول متجمع صاعد او متجمع نازل

نفرض اننا نعد جدول متجمع صاعد

| الفئات | التكرارات | الحدود العليا للفئات | التكرار المتجمع الصاعد |
|--------------|-----------|----------------------|------------------------|
| 0-10 | 5 | اقل من 10 | 5 |
| 10-20 | 8 | اقل من 20 | 13 |
| 20-30 | 15 | اقل من 30 | 28 |
| 30-40 | 16 | اقل من 40 | 44 |
| 40-50 | 6 | اقل من 50 | 50 |
| المجموع | 50 | | |

نجد ترتيب الربيع الادنى

$$T.Q_1 = \Sigma f_i / 4 = 50/4 = \underline{12.5}$$

نجد قيمة الربيع الادنى

$$Q_1 = L_1 + \frac{T.Q_1 - f_{k-1}}{F_k} * h_k$$

$$Q_1 = 10 + \frac{12.5 - 5}{13 - 5} * 10$$

$$Q_1 = 10 + \frac{7.5}{8} * 10$$

$$Q_1 = \underline{19.375}$$

ثم نجد ترتيب الربيع الاعلى

$$T.Q_3 = 3 * \Sigma f_i / 4 = 3 * (50/4) = 3 * 12.5 = \underline{37.5}$$

ايجاد قيمة الربع الاعلى

$$Q_3 = L_3 + \frac{T.Q_3 - fK-1}{Fk} *hk$$

$$= 30 + \frac{37.5 - 28}{44 - 28} * 10$$

$$= 30 + \frac{9.5}{16} * 10$$

$$= 30 + \frac{95}{16} = \underline{\underline{35.937}}$$

16

ايجاد الانحراف الربيعي

$$Q.D = Q_3 - Q_1 / 2$$

$$Q.D = 35.937 - 19.375 / 2 = \underline{\underline{8.2812}}$$

سؤال واجب : احسب الانحراف الربيعي للتوزيع التكراري الاتي

| الفئات | 0-10 | 10-30 | 30-50 | 50-65 | 65-90 | 90-100 | 100- | مجموع |
|-----------|------|-------|-------|-------|-------|--------|------|-------|
| التكرارات | 3 | 6 | 13 | 15 | 12 | 9 | 2 | 60 |

استخراج الانحراف الربيعي الادنى والاعلى بالرسم البياني

من الممكن ايجاد قيمة الانحراف الربيعي بالرسم وذلك باستخراج قيمتي الربعين بيانيا وكالاتي:

- 1- نستخرج من الجدول الاصلي جدولا تكراريا متجمعا صاعدا او نازلا
- 2- نرسم المنحنى التكراري للمتجمع الصاعد او النازل
- 3- نعين نتقطني ترتيب كل من الربع الادنى والربع الاعلى على المحور العمودي

-4

نرسم من كل من هاتين النقطتين مستقيما موازيا
للمحور الافقي ثم نسقط من نقطتي التقائهما مع المنحنى عمودين على المحور الافقي
فتكون نقطتا تلاقي هذين العمودين مع المحور الافقي مساويتين لقيمتي الربيع الادنى
والربيع الاعلى على التوالي

مثال :

الجدول الاتي يبين توزيع الاجور في احد المصانع
المطلوب : ايجاد الانحراف الربيعي بالرسم البياني

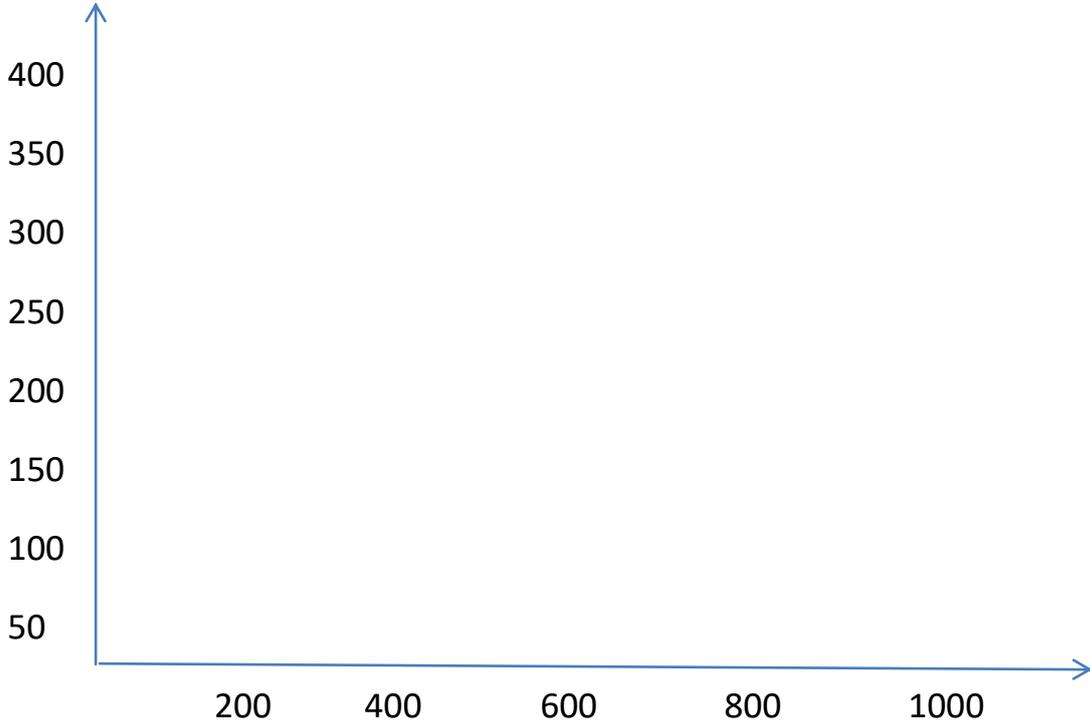
| الفئات | 0-200 | 200-400 | 400-600 | 600-800 | 800-1000 | المجموع |
|-----------|-------|---------|---------|---------|----------|---------|
| التكرارات | 18 | 72 | 154 | 111 | 40 | 400 |

الحل :

نعمل جدولا تكراريا متجمعا صاعدا

نرسم المنحنى المتجمع الصاعد بأخذ الحدود العليا والتكرارات المتجمعة

| الحدود العليا للفئات | التكرار المتجمع الصاعد |
|----------------------|------------------------|
| اقل من 200 | 18 |
| اقل من 400 | 90 |
| اقل من 600 | 244 |
| اقل من 800 | 355 |
| اقل من 1000 | 400 |



من الرسم نلاحظ ان قيمة الربيع الادنى (الاول) هو 410 تقريبا 413 وان قيمة الربيع الاعلى (الثالث) هو 700 وان الانحراف الربيعي

$$\frac{700 - 410}{2} = 145$$

والانحراف الربيعي يسمى ايضا بنصف المدى الربيعي لانه يساوي نصف المدى بين الربيع الثالث والربيع الاول وكذلك هذا المقياس يتوقف على قيمتين فقط من قيم التوزيع هما قيمتين الربيعين الاول والثالث ولهذا فانه يتاثر بتغير العينة ولكنه افضل من المدى لانه لا يتاثر بالقيم المتطرفة ويمكن استخراجها من الجداول المفتوحة عندما يراد معرفة درجة تركيز القيم حول الوسيط.

الاسبوع الحادي عشر والثاني عشر

الانحراف المعياري , مفهومه واهميته , طرق حسابه للبيانات المبوبة وغير المبوبة (الطريقة المطولة , الطريقة المختصرة)

الانحراف المعياري

هو من اهم مقاييس التشتت ومركزه بينها كمرکز الوسط الحسابي بين مقاييس النزعة المركزية , ونظرا لدقته فانه اكثر مقاييس التشتت استعمالا وانتشارا , وان صيغة الانحراف المعياري استنتجت بسبب التفكير بايجاد وسيلة للتخلص من الاشارات السالبة للانحرافات وذلك بتربيع هذه الانحرافات وهذا يطلق عليه التباين والذي يرمز له S^2 وعليه فان التباين : هو مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي مقسوما على عددها .

مج ح²

التباين = $\frac{\text{مج ح}^2}{\text{ن}}$ حيث ان ح² تعني انحراف القيم عن الوسط الحسابي وان ن

تعني عدد القيم

ن

$$\sum (X - \bar{X})^2$$

$$S^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}$$

n

والانحراف المعياري هو الجذر التربيعي الموجب للتباين اي انه الجذر التربيعي لمجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي مقسوما على عددها ويرمز له S وعليه فان الانحراف المعياري يساوي:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}}$$

n

حيث ان S تعني الانحراف المعياري

(X - \bar{X}) تعني انحرافات القيم عن الوسط الحسابي

n تعني عدد القيم

والسبب في اخذ الجذر التربيعي هو لاجل ان يكون مقياس التشتت (الانحراف المعياري) مقاسا بنفس وحدات القيم الاصلية فقد قمنا بتربيع الانحرافات ولكي نرجع الى الوحدات الاصلية بعد التربيع لابد ان نأخذ الجذر التربيعي

-1 انحراف المعياري لبيانات غير مبوبة :-

هناك طريقتين :

أ- الطريقة المطولة باستخدام الانحرافات عن الوسط

الحسابي وحسب الصيغة الآتية :

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}}$$

مثال (1) : البيانات التالية اوزان عينة من الطلبة قوامها 10 طلاب

المطلوب : حساب قيمة الانحراف المعياري

البيانات : 56, 68, 72, 63, 65, 68, 71, 69, 62, 56

الحل :

-1 نحسب الوسط الحسابي لهذه البيانات

$$56+68+72+63+65+68+71+69+62+56$$

$$\bar{X} = \frac{\quad}{10} = 65$$

10

-2 نجد انحرافات القيم عن الوسط الحسابي ثم نجد

مجموع مربعات الانحرافات

نطبق صيغة القانون

| X | (X- \bar{X}) | (X- \bar{X}) ² |
|---------|-----------------|------------------------------|
| 56 | -9 | 81 |
| 68 | 3 | 9 |
| 72 | 7 | 49 |
| 63 | -2 | 4 |
| 65 | 0 | 0 |
| 68 | 3 | 9 |
| 71 | 6 | 36 |
| 69 | 4 | 16 |
| 62 | -3 | 9 |
| 65 | -9 | 81 |
| المجموع | | 294 |

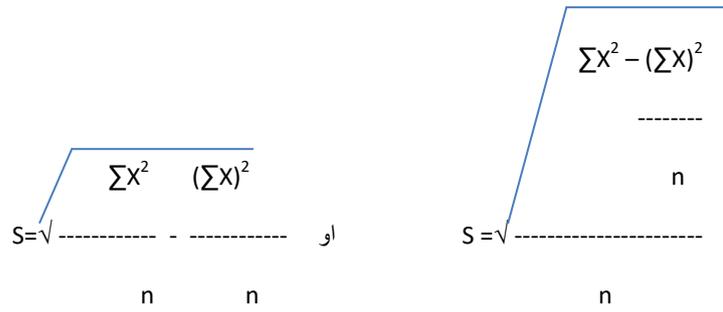
$$S = \sqrt{\frac{\sum(X-\bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{294}{10}}$$

$$S = 5.422$$

س واجب اوجد الانحراف المعياري للقيم الاتية بالطريقة المطولة (الانحرافات)

القيم : 9 , 10 , 12 , 13 , 15 , 19

ب – الطريقة المختصرة (بدون استخدام الوسط الحسابي) وذلك باستخدام الصيغة الاتية :



مثال : بالعودة الى المثال (1) السابق

المطلوب : ايجاد الانحراف المعياري للقيم بالطريقة المختصرة

خطوات الحل :

- 1- نجد مجموع القيم
 2- نجد مجموع مربعات القيم
 3- نطبق صيغة القانون
 القيم

| القيم X | مربعات القيم X ² |
|--------------|-----------------------------|
| 56 | 3136 |
| 68 | 4624 |
| 72 | 5184 |
| 63 | 3969 |
| 65 | 4225 |
| 68 | 4624 |
| 71 | 5041 |
| 69 | 4761 |
| 62 | 3844 |
| 56 | 3163 |
| <hr/> | <hr/> |
| $\sum X$ 650 | $\sum X^2$ 42571 |

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2 - (\sum X)^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{42571 - (650)^2}{10}} = \sqrt{\frac{321}{10}} = 5.665$$

س واجب اوجد الانحراف المعياري للقيم الاتية بالطريقة المختصرة والطريقة المطولة

19 , 13 , 10 , 12 , 10 , 9 ,

حساب الانحراف المعياري لبيانات مبوبة

-2

الطريقة المطولة : (حساب انحرافات مراكز الفئات

أ-

عن الوسط الحسابي) باستخدام الصيغة الاتية

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{X})^2}{\sum f_i}}$$

حيث ان $\sum f_i$ تعني مجموع التكرارات

($x_i - \bar{X}$) انحرافات القيم عن الوسط الحسابي

خطوات الحل :

1- نجد مراكز الفئات X_i $\sum f_i X_i$

نجد الوسط الحسابي باستخدام الصيغة $\bar{X} = \frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i}$

2- نجد انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي $(X_i - \bar{X})$

3- نربع انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي

4- نضرب التكرارات في مربعات الانحراف

5- نجمع حاصل الضرب

6- نطبق الصيغة القانون

مثال (1)

الاتي جدول توزيع تكراري لدرجات مجموعة من الطلبة في امتحان فصلي المطلوب : ايجاد الانحراف المعياري بالطريقة المطولة

| | | | | | | |
|-----------|-----|-----|-----|-----|------|---------|
| الفئات | 0-2 | 2-4 | 4-6 | 6-8 | 8-10 | المجموع |
| التكرارات | 5 | 10 | 20 | 10 | 5 | 50 |

الحل : الخطوات

(1) (2) (4) (5) (6)

| الفئات | fi | Xi | Fi Xi | (Xi - \bar{X}) | (Xi - \bar{X}) ² | Fi(Xi - \bar{X}) ² |
|----------|----|----|-------|-------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| 0-2 | 5 | 1 | 5*1=5 | 1-5=-4 | 4 ² =16 | 5*16=80 |
| 2-4 | 10 | 3 | 30 | -2 | 4 | 40 |
| 4-6 | 20 | 5 | 100 | 0 | 0 | 0 |
| 6-8 | 10 | 7 | 70 | 2 | 4 | 40 |
| 8-10 | 5 | 9 | 45 | 4 | 16 | 80 |
| Σ | 50 | | 250 | | 40 | 240 |

الخطوة (3) نجد الوسط الحسابي ويساوي

$$\bar{X} = \frac{\sum fi - Xi}{\sum fi} = \frac{250}{50} = 5$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum fi (Xi - \bar{X})^2}{\sum fi}} = \sqrt{\frac{240}{50}} = \underline{\underline{2.190}}$$

(الخطوة 7)

الطريقة المختصرة نستخدم الصيغة الآتية :

$$S = \sqrt{\frac{\sum fi Xi^2 - (\sum fi Xi)^2}{\sum fi}} \quad \text{او} \quad S = \sqrt{\frac{\sum fi Xi^2 - (\sum fi Xi)^2}{\sum fi}}$$

يلاحظ ان هذه الصيغة هي نفس الصيغة لبيانات غير مبنوية (الطريقة المختصرة) الا اننا ادخلنا التكرارات

وبالعودة الى المثال السابق : اوجد الانحراف المعياري بالطريقة المختصرة :

الحل :

1- نجد مراكز الفئات

2- ضرب مركز كل فئة بالتكرار المقابل له

- 3 تربيع مراكز الفئات
-4 ضرب التكرار في مربع مركز الفئة المقابل له
-5 تطبيق صيغة القانون

الحل:

الخطوات

| الفئات | (1) f_i | (2) X_i | (3) $F_i X_i$ | (4) X_i^2 | $F_i X_i^2$ |
|----------|-----------|-----------|---------------|-------------|-------------|
| 0 -2 | 5 | 1 | $5*1=5$ | $1^2=1$ | $5*1=5$ |
| 2-4 | 10 | 3 | 30 | 9 | $10*9=90$ |
| 4 -6 | 20 | 5 | 100 | 25 | 500 |
| 6 -8 | 10 | 7 | 70 | 49 | 490 |
| 8 -10 | 5 | 9 | 45 | 81 | 405 |
| Σ | 50 | | 250 | | 1490 |

الخطوة (5)

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i X_i^2 - (\sum f_i X_i)^2}{\sum f_i}}$$

$$S = \sqrt{\frac{1490 - (250)^2 / 50}{50}}$$

$$= \sqrt{\frac{1490 - 1250}{50}}$$

$$S = \sqrt{240 / 50}$$

$$S = \underline{\underline{2.190}}$$

س واجب الجدول الاتي يبين عدد المعامل وعد العمال الذين يشتغلون في كل معمل
المطلوب : ايجاد درجة التشتت في عدد العمال الذين يشتغلون في كل معمل باستخدام الطريقة
المطولة والطريقة المختصرة

| | | | | | | | | |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|
| عدد المعامل | 70-80 | 60-70 | 50-60 | 40-50 | 30-40 | 20-30 | 10-20 | المجموع |
| عدد العمال | 15 | 35 | 85 | 68 | 42 | 30 | 25 | 300 |

الاسبوع الثالث عشر والرابع عشر

الارتباط البسيط، مفهومه، طرق حسابه للبيانات غير المبوبة (الطريقة المطولة والطريقة المختصرة)

الارتباط Correlation

الارتباط : هو العلاقة بين ظاهرتين مثل العلاقة بين طول الشخص (سم) ووزنه (كغم) او العلاقة بين نسبة الشفاء من مرض معين وكمية الجرعة من الدواء المخصص للمريض وعمر المريض، او العلاقة بين الدخل والاستهلاك والعلاقة بين درجات الطلبة وعدد ساعات الدراسة معامل الارتباط الخطي البسيط: هو المقياس الذي نقيس به درجة الارتباط .

والارتباط بين الظواهر اما ان يكون موجب او سالب وهذا لايعكس قوة الارتباط ، فقوة الارتباط تكون محصورة بين الصفر و +1 او -1 وكلما اقترب من الواحد يكون الارتباط قويا وكلما اقترب من الصفر يكون ضعيفا

اذا كان الارتباط = صفر يعني لا يوجد ارتباط واذا كان الارتباط = 1 (موجب او سالب) يعني ارتباط تام . ويرمز للارتباط بالرمز r_{xy}

الارتباط لبيانات غير مبوبة

1- الطريقة المختصرة (طريقة انحرافات القيم عن

الوسط الحسابي) وذلك باستخدام الصيغة الاتية :

$$\sum (x_i - \bar{X})(y - \bar{y})$$

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{X})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{X})^2 \sum (y - \bar{y})^2}}$$

حيث ان r_{xy} تعني الارتباط بين y و X

X_i قيم مشاهدات المجموعة الاولى و y_i قيم مشاهدات المجموعة الثانية

\bar{X} الوسط الحسابي للمجموعة الاولى وان \bar{y} الوسط الحسابي للمجموعة الثانية

مثال (1)

احسب معامل الارتباط بين المتغيرين (X) و (y)

قيم X 2, 2, 5, 4, 5, 6, 3, 5, 4,

قيم y 3, 5, 7, 8, 9, 11, 6, 8, 6,

الحل :

1 – نجد الوسط الحسابي لقيم X والوسط الحسابي لقيم Y

2 – نجد انحرافات القيم عن الوسط الحسابي لـ X و لـ Y

3 – نربع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي لـ X ولـ Y

$$\sum X_i \quad 36$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{36}{9} = 4$$

$$\sum y_i \quad 63$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{63}{9} = 7$$

تكملة الحل في الورقة التالية

| Y _i | X _i | (Y _i - \bar{y}) | (X _i - \bar{X}) | (Y _i - \bar{y}) ² | (X _i - \bar{X}) ² | (Y _i - \bar{y}) (X _i - \bar{X}) |
|----------------|----------------|-------------------------------|-------------------------------|--|--|---|
| 3 | 2 | -4 | 2-4=-2 | 16 | 4 | 8 |
| 5 | 2 | -2 | -2 | 4 | 4 | 4 |
| 7 | 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 8 | 4 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 9 | 5 | 2 | 1 | 4 | 1 | 2 |
| 11 | 6 | 4 | 2 | 16 | 4 | 8 |
| 6 | 3 | -1 | -1 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 4 | -1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

$$\frac{\sum 63 \quad \sum 36}{0 \quad \sum 44 \quad \sum 16 \quad \sum 24}$$

$$r_{xy} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{24}{\sqrt{(16)(44)}} = 0.905$$

الارتباط موجب

س واجب احسب معامل الارتباط البسيط بين y و X للبيانات الآتية :

قيم X 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 ,

قيم y 0 , 3 , 4 , 4 , 6 , 11 ,

الطريقة المطولة باستخدام القيم الأصلية وحسب الصيغة الآتية :

$$r = \frac{n \sum X_i y_i - \sum X_i \sum y_i}{\sqrt{[n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2] [n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}$$

مثال : البيانات الآتية تمثل الدخل (X) والاستهلاك (y) بالدينار العراقي

المطلوب : حساب العلاقة بين الدخل والاستهلاك

X 200 , 300 , 400 , 600 , 900

Y 180 , 270 , 320 , 480 , 700

الحل : 1- نجد مجموع X 2- نجد مجموع y 3- نضرب X في y 4- نجد مجموع x^2 ومجموع y^2

| X_i | Y_i | $X_i Y_i$ | X_i^2 | Y_i^2 |
|-------|-------|-----------|---------|---------|
| 200 | 180 | 36000 | 40000 | 32400 |
| 300 | 270 | 81000 | 90000 | 72900 |
| 400 | 320 | 128000 | 160000 | 102400 |

| | | | | |
|---------------|---------------|------------------|------------------|-----------------|
| 600 | 480 | 288000 | 360000 | 230400 |
| 900 | 700 | 630000 | 810000 | 490000 |
| ----- | ----- | ----- | ----- | ----- |
| $\Sigma 2400$ | $\Sigma 1950$ | $\Sigma 1163000$ | $\Sigma 1460000$ | $\Sigma 928100$ |

$$n \sum X_i y_i - \sum X_i \sum y_i$$

$$r = \frac{\sum X_i y_i - \frac{\sum X_i \sum y_i}{n}}{\sqrt{[\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}][\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}]}}$$

$$5(1163000) - (2400)(1950)$$

$$r = \frac{5815000 - 4680000}{\sqrt{[5 \cdot 1460000 - (2400)^2][5 \cdot 928100 - (1950)^2]}}$$

$$1135000$$

$$r = \frac{1135000}{\sqrt{[7300000 - 5760000][4640500 - 3802500]}}$$

$$1135000$$

$$1135000$$

$$r = \frac{1135000}{\sqrt{[1540000][838000]}} = \frac{1135000}{1136010.5} = 0.999$$

العلاقة بين الدخل والاستهلاك عالية جدا وقوية موجبة وقريبة من الواحد

س واجب احسب معامل الارتباط للمتغيرين y و X باستخدام الطريقة المطولة

X 2, 2, 5, 4, 5, 6, 3, 5, 4,

y 3, 5, 7, 8, 9, 11, 6, 8, 6,

الاسبوع الخامس عشر والسادس عشر

ارتباط الرتب (سبيرمان وسبيرمان المعدل)

ان الصيغ السابقة الخاصة لحساب معامل الارتباط البسيط تستند بالحقيقة على اعتبار ان المتغيرات المعتمدة في الحساب هي متغيرات من النوع الكمي . الا انه من الناحية العملية هناك

الكثير من الحالات التي تكون فيها المتغيرات من النوع الوصفي (اي متغيرات غير قابلة للقياس كالمهنة , الحالة الاجتماعية , تقديرات درجات وغيرها). وبهدف حساب الارتباط بين متغيرات من هذا النوع فانه لايمكن استخدام الصيغ السابقة مباشرة لهذا الغرض بل اجراء بعض التحويلات عليها بالشكل الذي يجعلها ممكنة الاستخدام . ان المعامل الذي يقيس درجة الترابط ما بين صفتين يدعى بمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان

معامل ارتباط الرتب : هو الذي يمثل درجات الارتباط بين المتغيرات من النوع الوصفي (متغيرات وصفية)

$$r_{xy} = 1 - \frac{\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

حيث ان $d_i = X_i - Y_i$ اي انحراف قيم الرتب X_i عن قيم الرتب Y_i ويعني هذا ان معامل الارتباط البسيط يساوي

$$r_{xy} = 1 - \frac{\sum (X_i - Y_i)^2}{n(n^2-1)}$$

مثال : الاتي تقديرات 6 طلبة في امتحان الرياضيات والاحصاء

المطلوب : حساب العلاقة بين تقديرات المادتين

تقديرات X ضعيف , امتياز , جيد , متوسط , مقبول , جيد جدا

تقديرات y مقبول , جيد جدا , جيد , ضعيف , متوسط , امتياز

الحل : الخطوات

1- لتحويل التقديرات الى ارقام نعطي لهذه التقديرات

ارقام متسلسلة ونرتبها اما تصاعديا او تنازليا وكما يلي :

| ضعيف | مقبول | متوسط | جيد | جيد جدا | امتياز |
|------|-------|-------|-----|---------|--------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

2- نرتب تقديرات X وتقديرات y ترتيبا تصاعديا او

ترتيبنا تنازليا

- نجد d_i من العلاقة $(X_i - y_i)$ -3
نجد تربيع d_i ثم نجمع d_i^2 -4
نطبق صيغة القانون -5

| ترتيب التقديرات | تسلسل الرتب | ترتيب X | ترتيب y | $d_i=(X_i -y_i)$ | d_i^2 |
|-----------------|-------------|---------|---------|------------------|------------|
| ضعيف | 1 | 1 | 2 | -1 | 1 |
| مقبول | 2 | 6 | 5 | 1 | 1 |
| متوسط | 3 | 4 | 4 | 0 | 0 |
| جيد | 4 | 3 | 1 | 2 | 4 |
| جيد جدا | 5 | 2 | 3 | -1 | 1 |
| امتياز | 6 | 5 | 6 | -1 | <u>1</u> |
| | | | | | $\Sigma=8$ |

$$6\sum d_i^2 \quad 6(8) \quad 48$$

$$r_{xy} = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{48}{6(36-1)} = 1 - \frac{210}{210}$$

$$= 1 - 0.228 = 0.775$$

س واجب الاتي تقديرات 6 طلبة في مادتي الرياضيات والاحصاء

المطلوب : ايجاد معامل الارتباط بين تقديرات الطلبة

الرياضيات X متوسط جيد مقبول ضعيف امتياز جيد جدا

الاحصاء y جيد متوسط ضعيف مقبول جيد جدا امتياز

ارتباط سبيرمان المعدل

في حالة تكرار بعض قيم احد المتغيرين او كليهما عندئذ لا يمكن استخدام صيغة معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بل يستوجب اجراء بعض التعديلات عليها وعلى النحو التالي :

بعد ترتيب قيم المتغير (الصفات) على نحو تصاعدي او تنازلي يتم تخصيص قيم سلسلة الاعداد الطبيعية كرتب لهذه الصفات , ومن ثم يتم حساب معدل القيم المخصصة واعادة تخصيصه لتلك الصفات المكررة , بعد ذلك يتم التعديل من خلال اضافة الكمية $m(m^2-1)\12$ الى $\sum di^2$, حيث m تمثل عدد مرات تكرار الصفة , هذه الكمية تضاف الى $\sum di^2$ مقابل كل صفة مكررة . هذا الاجراء يتم لكلا المتغيرين X و y .

مثال : الاتي تقديرات لكفاءة عشرة من العاملين في احد المصانع من حيث ادارتهم في تشغيل نوعين من المكائن الحديثة .

المطلوب : حساب معامل الارتباط البسيط

تقديرات نوع X من المكائن : جيد , متوسط , جيد جدا , متوسط , امتياز , ضعيف , مقبول , متوسط , جيد , جيد .

تقديرات نوع y من المكائن : متوسط , جيد , جيد , مقبول , جيد جدا , مقبول , ضعيف , متوسط , متوسط , امتياز .

الحل:

- 1- نرتب تقديرات المتغير X تصاعديا او تنازليا , ثم نضع لها ارقام متسلسلة
- 2- نجد معدل الرتب (رتب X)
- 3- نرتب تقديرات المتغير الاخر y اما تصاعديا او تنازليا ونضع لها ارقام متسلسلة
- 4- نجد معدل رتب y
- 5- نجد d_i من العلاقة $(X_i - y_i)$
- 6- نربع d_i ثم نجد مجموع d_i^2
- 7- نحسب عدد التكرارات للتقديرات المتكررة لكل متغير X و y من خلال احتساب التعديلات وذلك باضافة الكمية $m(m^2-1)\12$
- 8- نجمع التعديلات الكلية للمتغيرين معا
- 9- نحسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان المعدل من

الصيغة الاتية :

$$r \times y = 1 - \frac{6(\sum di^2 + t)}{n(n^2 - 1)}$$

| تقديرات | ترتيب X | معدل | تقديرات | ترتيب y | معدل | di | di ² | |
|---------|-----------|-------|---------|-----------|-------|-------|-----------------|--|
| X | تصاعديا | رتب X | y | تصاعديا | رتب y | Xi-yi | | |
| جيد | 1 ضعيف | 7 | متوسط | 1 ضعيف | 5 | 2 | 4 | |
| متوسط | 2 مقبول | 4 | جيد | 2 مقبول | 7.5 | -3.5 | 12.25 | |
| جيد جدا | 3 متوسط | 9 | جيد | 3 مقبول | 7.5 | 1.5 | 2.25 | |
| متوسط | 4 متوسط | 4 | مقبول | 4 متوسط | 2.5 | 1.5 | 2.25 | |
| امتياز | 5 متوسط | 10 | جيد جدا | 5 متوسط | 9 | 1 | 1 | |
| ضعيف | 6 جيد | 1 | مقبول | 6 متوسط | 2.5 | -1.5 | 2.25 | |
| مقبول | 7 جيد | 2 | ضعيف | 7 جيد | 1 | 1 | 1 | |
| متوسط | 8 جيد | 4 | متوسط | 8 جيد | 5 | -1 | 1 | |
| جيد | 9 جيد جدا | 7 | متوسط | 9 جيد جدا | 5 | 2 | 4 | |
| جيد | 10 امتياز | 7 | امتياز | 10 امتياز | 10 | -3 | 9 | |
| | | | | | | | $\Sigma=39$ | |

نحسب عدد التكرارات وكالاتي :

تكرارات المتغير X : لقد تكرر التقدير المتوسط 3 مرات فيعني ان $m = 3$ و عليه

$$m(m^2 - 1) \div 12 = 3(3^2 - 1) \div 12 = 24 \div 12 = 2$$

عدد تكرارات التقدير جيد هو 3 فاذن

$$m(m^2-1)\sqrt{12} = 3(9-1)\sqrt{12} = 24\sqrt{12} = 2$$

تكرارات المتغير y : التقدير مقبول تكرر مرتين وعليه فان $m=2$

$$m(m^2-1)\sqrt{12} = 2(2^2-1)\sqrt{12} = 2(4-1)\sqrt{12} = 6\sqrt{12} = 0.5$$

المتوسط تكرر 3 مرات فاذن $m=3$

$$3(3^2-1)\sqrt{12} = 3*8\sqrt{12} = 24\sqrt{12} = 2$$

التقدير جيد تكرر مرتين فان $m=2$

$$2(2^2-1)\sqrt{12} = 2*3\sqrt{12} = 6\sqrt{12} = 0.5$$

وعليه فان التعديل الكلي =

$$2+2+0.5+2+0.5 = 7$$

وبذلك معامل ارتباط الرتب لسبيرمان المعدل يكون

$$r_{XY} = 1 - \frac{6(\sum d_i^2 + t)}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(39+7)}{10(10^2-1)} = 1 - \frac{6(46)}{990}$$

$$= 1 - \frac{267}{990} = 1 - 0.2787 = 0.721$$

الاسبوع السابع عشر :

ارتباط البيانات المبوبة (للصفات)

افرض وجود توزيع تكراري مزدوج عدد صفوفه (فئات المتغير الاول) ويرمز له K وعدد اعمدته (فئات المتغير الثاني) ويرمز له m ، وهذا يعني ان عدد خلايا هذا التوزيع Km. وان f_i تمثل تكرار الخلية المقابلة لفئة المتغير الاول (X) وان f_j يمثل تكرار الخلية المقابلة للمتغير الثاني (y) وافرض ايضا ما يلي :

X_i مراكز فئات المتغير X (الصفوف)

Y_j مراكز فئات المتغير y (الاعمدة)

f_i مجاميع التكرارات المقابلة لفئات X

f_j مجاميع التكرارات المقابلة لفئات y

L_i طول كل فئة من فئات X

L_j طول كل فئة من فئات y

A يمثل وسط فرضي اختير من بين مراكز فئات X

B يمثل وسط فرضي اختير من بين مراكز فئات y

$$X_i - A$$

$$U_i = \frac{X_i - A}{L_i} \text{ وان}$$

$$L_i$$

$$Y_j - B$$

$$V_j = \frac{Y_j - B}{L_j} \text{ وان}$$

$$L_j$$

وان $U_i f_i$ هي حاصل ضرب U_i في f_i

وان $f_j V_j$ هي حاصل ضرب V_j في f_j

وان $U_i^2 f_i$ هي حاصل ضرب مربع U_i في f_i

وان $V_j^2 f_j$ هي حاصل ضرب مربع V_j في f_j

وان $f_{ij} U_i V_j$ هي حاصل ضرب U_i في V_j في تكرار الخلية المقابلة للفئة i من X وللجنة j من y

وان n تمثل المجموع الكلي للتكرارات في التوزيع المزدوج وان $n = \sum f_j = \sum f_i$ عندئذ وفق هذه المعطيات يمكن حساب معامل الارتباط بين X و y وفق الصيغة الآتية :

$$n \sum^k \sum^m U_i V_j f_{ij} - (\sum U_i f_i) (\sum V_j f_j)$$

$$r_{xy} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\sqrt{[n \sum^k U_i^2 f_i - (\sum^k U_i f_i)^2] [n \sum^m V_j^2 f_j - (\sum^m V_j f_j)^2]}$$

مثال :

الآتي توزيع تكراري مزدوج لدرجات 100 طالب في مادتي الاحصاء X والرياضيات y

المطلوب : حساب معامل الارتباط البسيط ما بين X و y

| X \ y | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | f _i |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| 40-50 | 2 | 4 | 6 | | | 12 |
| 50-60 | 3 | 6 | 7 | 1 | | 17 |
| 60-70 | 1 | 3 | 10 | 4 | 1 | 19 |
| 70-80 | | 3 | 5 | 8 | 9 | 25 |
| 80-90 | | | 2 | 5 | 11 | 18 |
| 90-100 | | | 1 | 3 | 5 | 9 |
| f _j | 6 | 16 | 31 | 21 | 26 | 100 |

خطوات الحل :

- 1 نجد مركز فئة X $X_i - A$
- 2 نجد U_i حيث ان $U_i = \frac{X_i - A}{L_i}$
- 3 نجد حاصل ضرب $U_i f_i$ ثم نجمع حاصل الضرب
- 4 نجد حاصل ضرب مربع U_i في f_i ثم نجمع
- 5 حاصل الضرب نجد مركز فئة y $Y_j - B$
- 6 نجد V_j حيث ان $V_j = \frac{Y_j - B}{L_j}$
- 7 نجد حاصل ضرب $V_j f_j$ ثم نجمع حاصل الضرب

نجد حاصل ضرب مربع Vj في fj ونجمع حاصل

-8

الضرب

نجد حاصل ضرب $U_i V_j f_{ij}$

-9

– نجد حاصل ضرب $V_j U_i f_{ij}$ ثم نطبق صيغة

10

القانون

| Y \ X | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | fi | Xi | Ui | Uifi | Ui ² fi | UiVjfi |
|--------------------|--------|---------|---------|---------|----------|------|----|----|------|--------------------|--------|
| 40-50 | 2 8 | 4 8 | 6 0 | — 0 | — 0 | 12 | 45 | -2 | -24 | 48 | 16 |
| 50-60 | 3 6 | 6 6 | 7 0 | 1 -1 | — | 17 | 55 | -1 | 17 | 17 | 11 |
| 60-70 | 1 0 | 3 0 | 10 0 | 4 0 | 1 0 | 19 | 65 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 70-80 | — 0 | 3 -3 | 5 0 | 8 8 | 9 18 | 25 | 75 | 1 | 25 | 25 | 23 |
| 80-90 | — 0 | — 0 | 2 0 | 5 10 | 11 44 | 18 | 85 | 2 | 36 | 72 | 54 |
| 90-100 | — 0 | — 0 | 1 0 | 3 9 | 5 30 | 9 | 95 | 3 | 27 | 81 | 39 |
| fj | 6 | 16 | 31 | 21 | 26 | 100 | | | ∑47 | ∑234 | ∑143 |
| Yj | 35 | 45 | 55 | 65 | 75 | — | / | | | | |
| Vj | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | — | | | | | |
| Vj fj | -12 | -16 | 0 | 21 | 25 | ∑45 | | | | | |
| Vj ² fj | 24 | 16 | 0 | 21 | 104 | ∑156 | | | | | |
| Vj Uifij | 14 | 11 | 0 | 26 | 92 | ∑143 | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |

$$n \sum \sum U_i V_j f_{ij} - (\sum U_i f_i)(\sum V_j f_j)$$

$$r_{xy} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\sqrt{[n\sum U_i^2 f_i - (\sum U_i f_i)^2][n\sum V_j^2 f_j - (\sum V_j f_j)^2]}$$

$$100(143) - (47)(45)$$

$$r_{XY} = \frac{100(143) - (47)(45)}{\sqrt{[100(243) - (47)^2][(100(156) - (45)^2)]}} = 0.659$$

الاسبوع الثامن عشر

معامل الاقتران Coefficient of Association

يعرف معامل الاقتران بأنه: مقياس لقياس العلاقة بين متغيرين وصفيين مفرغة بياناتهما في جدول توافق ذو مرتبة 2*2 لا يمكن اخضاعهما للقياس الكمي . افرض ان X_i و y_i متغيرين من النوع الوصفي وعليه يمكن تصور جدول التوافق ذو المرتبة 2*2 وبالشكل التالي :

| X \ y | Y1 | Y2 | مجموع |
|-------|-----|-----|-------|
| X1 | f11 | f12 | f1 |
| X2 | f21 | f22 | f2 |
| مجموع | f.1 | f.2 | n |

وعليه فان معامل الاقتران بين المتغيرين X و y يستخرج وفق الصيغة الاتية :

$$f_{11} f_{22} - f_{12} f_{21}$$

$$C.A = \frac{f_{11} f_{22} - f_{12} f_{21}}{f_{11} f_{22} + f_{12} f_{21}}$$

$$f_{11} f_{22} + f_{12} f_{21}$$

حاصل ضرب العناصر القطرية الرئيسية - حاصل ضرب العناصر الثانوية

_____ = معامل الاقتران

حاصل ضرب العناصر القطرية الرئيسية + حاصل ضرب العناصر الثانوية

وان قيمة معامل الاقتران تتراوح بين +1 و -1-

مثال (1)

من المعلوم ان عادة التدخين تؤثر تأثيرا سيئا على الصحة العامة للفرد
المطلوب : ايجاد العلاقة بين الحالة الصحية وعادة التدخين .

الحل :

| الحالة الصحية \ عادة التدخين | يدخن | لايدخن | المجموع |
|------------------------------|-----------|-----------|---------|
| جيدة | F11 40 | F12 50 | 90 |
| غير جيدة | F21 50 | F22 60 | 110 |
| المجموع | 90 | 110 | 200 |

$$f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21} = (40)(60) - ((50)(50))$$

$$C.A = \frac{f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}}{f_{11}f_{22} + f_{12}f_{21}} = \frac{(40)(60) - (50)(50)}{(40)(60) + (50)(50)}$$

$$= \frac{2400 - 2500}{2400 + 2500} = \frac{-100}{4900} = 0.02$$

$$\text{العلاقة عكسية} = \frac{f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}}{f_{11}f_{22} + f_{12}f_{21}} = \frac{(40)(60) - (50)(50)}{(40)(60) + (50)(50)} = 0.02$$

$$= \frac{2400 - 2500}{2400 + 2500} = \frac{-100}{4900} = 0.02$$

مثال (2)

الجدول التالي يبين عدد الحوادث التي تعرضت لها شاحنات لنقل البضائع خلال فترة زمنية معينة موزعة حسب نوع الحادث وحالة الجو

المطلوب : ايجاد معامل الاقتران لهذا التوزيع

| X \ Y | دهس | اصطدام | مجموع |
|-------|-----|--------|-------|
| | | | |

| | | | |
|-------|----|----|----|
| | | | |
| صحو | 25 | 12 | 37 |
| ممطر | 10 | 50 | 60 |
| مجموع | 35 | 69 | 97 |

الحل :

$$C.A = \frac{F_{11f22} - f_{12}f_{21}}{F_{11f22} + f_{12}f_{21}} = \frac{(25)(50) - (12)(10)}{(25)(50) + (12)(10)} = \frac{1250 - 120}{1250 + 120} = \frac{1130}{1370} = 0.824$$

العلاقة قوية جدا

س واجب افرض ان اثناء وباء التيفوئيد مثلا اجرى احد الاطباء تجربة مصل جديد على عينة من الافراد حجمها (343) وكانت النتائج كما في الجدول التالي
المطلوب : حساب معامل الاقتران بين حالة التلقيح بالمصل والاصابة بالمرض

| الاصابة \ التلقيح | لقح بالمصل | لم يلحق بالمصل | المجموع |
|-------------------|------------|----------------|---------|
| لم يصب بالمرض | 192 | 113 | 305 |
| اصيب بالمرض | 34 | 4 | 38 |
| المجموع | 226 | 117 | 343 |

الاسبوع التاسع عشر

Coefficient of contingency

معامل التوافق

درسنا في الفقرة السابقة ان استخدام معامل الاقتران مقصورا على الظواهر التي تنقسم الى مجموعتين ، اما اذا كانت احد الظاهرتين اللتين نبحت العلاقة بينهما او كليهما تنقسم الى اكثر من نوعين ، فان معامل الاقتران لا يساعدنا في هذه الحالة وعندئذ نستخدم معامل التوافق الذي وضعه بيرسون لقياس العلاقة بين الصفات غير المقيسة او بين صفات بعضها تقاس بالارقام وبعضها لا يقاس .ومعامل التوافق حسب الصيغة الآتية

$$C = \sqrt{\frac{r-1}{r}}$$

$$r_1 = \frac{f_{11}^2}{T_{1.T.1}} + \frac{f_{12}^2}{T_{1.T.2}} + \frac{f_{13}^2}{T_{1.T.3}} + \frac{f_{1m}^2}{T_{1.T.m}} + \frac{1}{T_1} \sum f_{1i}^2$$

$$r_2 = \frac{f_{21}^2}{T_{2.T.1}} + \frac{f_{22}^2}{T_{2.T.2}} + \frac{f_{23}^2}{T_{2.T.3}} + \frac{f_{2m}^2}{T_{2.T.m}} + \frac{1}{T_2} \sum f_{2i}^2$$

وهكذا r_3 و r_4 لجميع الصفوف اي ان

$$r = r_1 + r_2 + r_3$$

مثال : الجدول الاتي يبين عدد حوادث الطرق التي تعرضت لها شاحنات لنقل البضائع خلال فترة زمنية موزعة حسب نوع الحادث وحالة الجو

المطلوب : ايجاد معامل التوافق لهذا التوزيع

| نوع الحادث / حالة الجو | دهس | اصطدام | انقلاب | المجموع |
|------------------------|-----|--------|--------|---------|
| صحو | 25 | 12 | 9 | 49 |

| | | | | |
|---------|----|-----|----|-----|
| مطر | 10 | 50 | 35 | 95 |
| ضباب | 20 | 45 | 40 | 105 |
| المجموع | 55 | 107 | 84 | 246 |

الحل :

نجد r_1 من الصيغة الآتية :

-1

$$r_1 = \frac{f_{11}^2}{T_{.1}T_{.1}} + \frac{f_{12}^2}{T_{.1}T_{.2}} + \frac{f_{13}^2}{T_{.1}T_{.3}}$$

$$r_1 = \frac{25^2}{(46)(55)} + \frac{12^2}{(46)(107)} + \frac{9^2}{(46)(84)} = \frac{2530}{2530} + \frac{4922}{4922} + \frac{3864}{3864}$$

$$r_1 = 0.247 + 0.02 + 0.020 = \mathbf{0.296}$$

$$r_2 = \frac{10^2}{(95)(55)} + \frac{50^2}{(95)(107)} + \frac{35^2}{(95)(84)} = \mathbf{0.419}$$

$$r_3 = \frac{20^2}{(105)(55)} + \frac{45^2}{(105)(107)} + \frac{40^2}{(105)(84)} = \mathbf{0.431}$$

$$r = r_1 + r_2 + r_3$$

$$= 0.296 + 0.419 + 0.431 = \mathbf{1.146}$$

$$C.C = \sqrt{\frac{1.146 - 1}{1.146}} = \mathbf{0.358}$$

س واجب كانت نتائج مجموعة من الطلبة في الامتحانات النهائية كما في الجدول التالي
المطلوب : تقدير العلاقة بين تحصيل الطالب والمواظبة على حضور المحاضرات

| المواظبة التحصي الدراسي | جيد | متوسط | رديئ | المجموع |
|-------------------------------|-----|-------|------|---------|
| الناجحين | 80 | 20 | 5 | 105 |
| المكملين | 30 | 40 | 40 | 110 |
| الراسبين | 10 | 40 | 85 | 135 |
| المجموع | 120 | 100 | 130 | 350 |

الاسبوع العشرون

السلاسل الزمنية ، مفهومها واستخداماتها

Time Senes السلاسل الزمنية

السلسلة الزمنية : هي مجموعة من القيم المشاهدة لظاهرة معينة لمدة من الزمن (عدة سنوات) في فترات زمنية متساوية . ان مجموعة القيم الدالة على صادرات العراق السنوية من التمور من سنة 1924 – 1970 هي ساسلة زمنية . وان المبالغ الدالة على مقدار ما يبيعه احد المخازن في اليوم ولمدة اسبوع هي سلسلة زمنية ايضا ، وكذلك اعتبار الجدول الذي يشير الى درجات الحرارة في بغداد في نهاية كل ساعة ولمدة يوم كامل هو سلسلة زمنية وهكذا . لذلك يمكن اعتبار السلسلة الزمنية علاقة بين متغيرين هما قيمة الظاهرة والزمن .

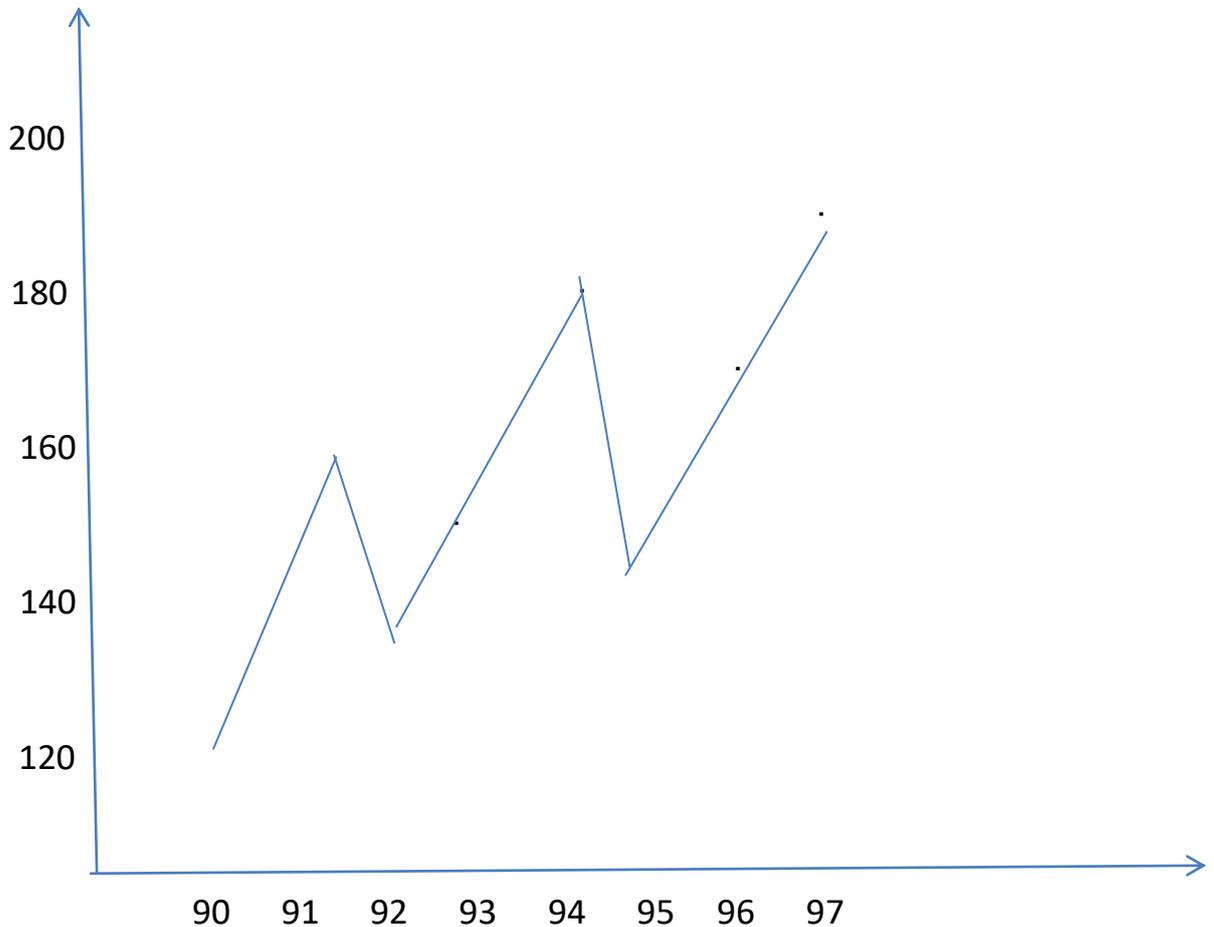
تهتم كثير من الدراسات ولاسيما الاقتصادية والاجتماعية بدراسة السلسلة الزمنية وذلك لان كثيرا من الظواهر الاقتصادية كالصادرات السنوية مثلا استعرضت وبحثت لعدد من السنين

فانه يمكن معرفة طبيعة التغيرات التي تطرأ على قيم الظاهرة مع الزمن وتحديد الاسباب والنتائج وتفسير العلاقات المشاهدة بينها والتنبؤ بما سيحدث من تغير على قيم الظاهرة في المستقبل على ضوء ما حدث لها في الماضي .

مثال : البيانات التالية تمثل الكميات المستوردة من الحبوب خلال ثمانية سنوات بالطن المطلوب : تمثيل هذه السلسلة ببيانيا

| السنوات | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 |
|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| الكميات | 120 | 160 | 130 | 150 | 180 | 140 | 170 | 190 |

الرسم البياني



من الرسم البياني ستبين بان رغم التذبذبات فان المنحنى الى ارتفاع بمرور الزمن

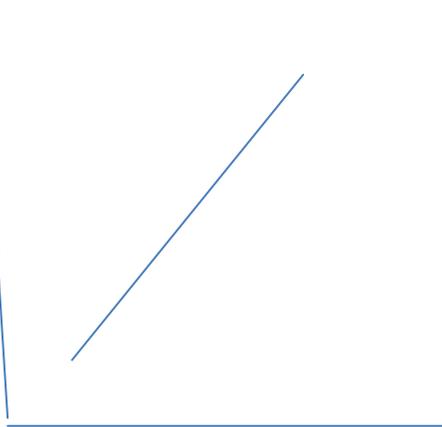
تحليل السلسلة الزمنية : ان دراسة السلسلة الزمنية يقتضي تحليلها الى العوامل المؤثرة فيها وقد وجد ان السلسلة الزمنية تتاثر بالعوامل الاتية :

- 1- الاتجاه العام
- 2- التغيرات الموسمية
- 3- التغيرات الدورية
- 4- التغيرات العرضية

1-الاتجاه العام : هو العامل الاكثر تأثيرا على القيم الظاهرة في المدى الطويل فمثلا عدد سكان العراق خلال الاربعين سنة الماضية يمثل سلسلة زمنية متأثرة بدرجة كبيرة بالاتجاه العام . نظرا لميل جميع الاعداد المكونة لهذه السلسلة الى التزايد بصورة عامة . يكون الاتجاه العام موجب عندما تتزايد قيمة الظاهرة على مرور الزمن فمثلا نمو السكان يمثل سلسلة زمنية اتجاهاها العام موجب .

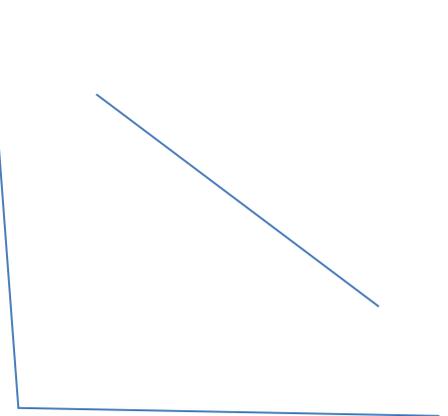
ويكون التجه العام سالبا عندما تتناقص قيم الظاهرة على مرور الزمن فمثلا الوفيات الناتجة عن الاصابة بمرض الجدري تكون سلسلة زمنية اتجاهاها سالب .

والاتجاه العام يكون مستقيما اذا كان التغير في قيم الظاهرة كمية ثابتة موجبة او سالبة ويكون التجه العام غير مستقيم (منحنى) اذا كان التغير في قيم الظاهرة غير ثابت خلال المدة ويمكن توضيح ذلك بالشكلين الاتيين .



حالة النمو المستمر

الاتجاه العام موجب



حالة الانكماش (النقص)

الاتجاه العام سالب

2 - **التغيرات الموسمية** : تشير التغيرات الموسمية الى متوسط التغير المنظم الذي يحدث خلال سنة واحدة او فصل واحد او شهر واحد الخ ان التغيرات الموسمية تتكرر خلال فترات منتظمة تتكون نتيجة اختلاف المناخ او عادات اجتماعية او مناسبات دينية او ماشابه ذلك. فمثلا التغيرات الموسمية في زيادة الاستهلاك من وقود التدفئة في فصل الشتاء وزيادة الطلب على المراوح في فصل الصيف لذلك يمكن التنبؤ بمقدار الظاهرة في المستقبل حسب فصول او اشهر السنة

3 - **التغيرات الدورية** : هي التغيرات التي تتكرر خلال فترة زمنية تزيد عن سنة مثل تعاقب الدورات الاقتصادية (الرخاء والانكماش) وتسمى بالتذبذبات الدورية وانها اقل انتظاما من التغيرات الموسمية.

4 - **التغيرات العرضية** : هي التغيرات التي تحدث لاسباب غير متوقعة مثل الحروب والكوارث الطبيعية , ويصعب التنبؤ بالفترات التي يمكن ان تحدث فيها هذه التغيرات .

الاسبوع الحادي والعشرين والثاني والعشرين

طرق ايجاد خط الاتجاه العام

- طريقة متوسطي نصفي السلسلة
- طريقة المتوسطات المتحركة
- طريقة المربعات الصغرى

طريقة متوسطي نصفي السلسلة

بموجب هذه الطريقة تقسم السلسلة الى قسمين يفضل ان يكونا متساويين ثم نوجد الوسط الحسابي للقيم في كل قسم فنحصل على نقطتين على خط السلسلة الزمنية . ثم نرسم مستقيما بين النقطتين فيكون هو خط الاتجاه العام . ان هذه الطريقة بسيطة ولكن النتائج التي نحصل عليها قد لا تكون دقيقة كذلك فان العمل بهذه الطريقة يقتصر على الحالات التي يكون فيها الاتجاه العام مستقيما او قريبا من الاستقامة

مثال :

اوجد خط الاتجاه العام للسلسلة الزمنية الاتية باستخدام طريقة متوسطي نصفي السلسلة

السنوات : 1955 , 1956 , 1957 , 1958 , 1959 , 1960 , 1961 , 1962 , 1963 , 1964

السكان : 5.93 , 6.09 , 6.26 , 6.45 , 6.67 , 6.89 , 7.13 , 7.37 , 7.62 , 7.88

(بالملايين)

الحل :

نقسم السلسلة الى قسمين متساويين الاول من سنة (1955 – 1959) والسنة الوسطى فيه هي سنة 1957 والقسم الثاني من السلسلة من سنة (1960 -1964) والسنة الوسطى فيه هي سنة 1962 ومن نجد الوسط الحسابي لكل قسم وكالاتي :

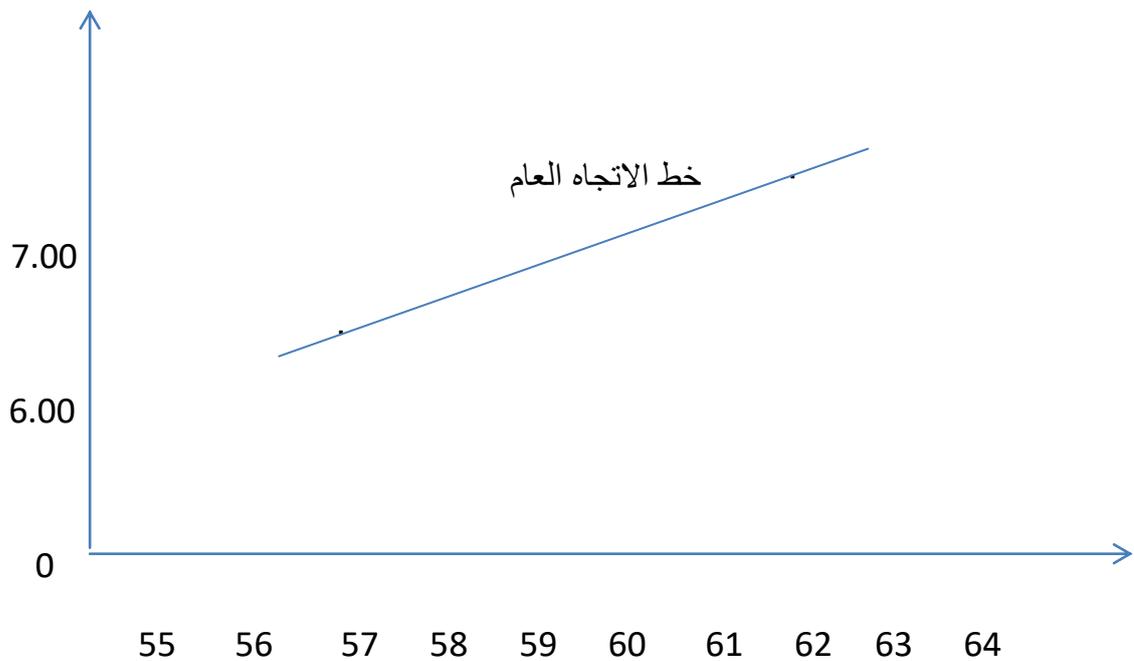
الوسط الحسابي للقسم الاول يساوي

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{5.93 + 6.09 + 6.26 + 6.45 + 6.67}{5} = \underline{6.28}$$

الوسط الحسابي للقسم الثاني

$$\bar{X} = \frac{6.89 + 7.13 + 7.37 + 7.62 + 7.88}{5} = \underline{7.38}$$

نرسم الاحداثي السيني (المحور الافقي) ويمثل السنوات والاحداثي الصادي (المحور العمودي) ويمثل عدد السكان بالملايين ونحدد النقطتين (الوسط الحسابي لكل قسم) ثم نرسم خط مستقيم يصل بين النقطتين فنحصل على خط الاتجاه العام



طريقة المتوسطات المتحركة :

بموجب هذه الطريقة نختار عدد من السنين ولتكن ثلاثة سنوات او خمس سنوات ونحسب متوسط قيم الظاهرة لهذه السنين ثم نترك القيمة الاولى من القيم التي اخذناها وناخذ بدلها القيمة التالية للمجموعة السابق اخذها فنحصل على قيم بنفس عدد القيم السابقة وناخذ متوسطها ثم نترك القيمة الاولى من المجموعة الجديدة وناخذ بدلها القيمة التالية للمجموعة ثم نستخرج متوسطها وهكذا نحصل على المتوسطات المتحركة لقيم الظاهرة ثم نضع المتوسط لكل مجموعة امام القيمة الوسطى من قيمها ان كان عددها فرديا وامام احدى القيمتين الوسطيتين ان كان عددا زوجيا ثم نثبت هذا المتوسط على شكل نقاط ونصل بينها بخط مستقيم فيكون خط الاتجاه العام .

مثال :

الجدول الاتي يبين قيم المبيعات الفعلية y_i ل احد مصانع السمنت ولل سنوات من 1990-1998

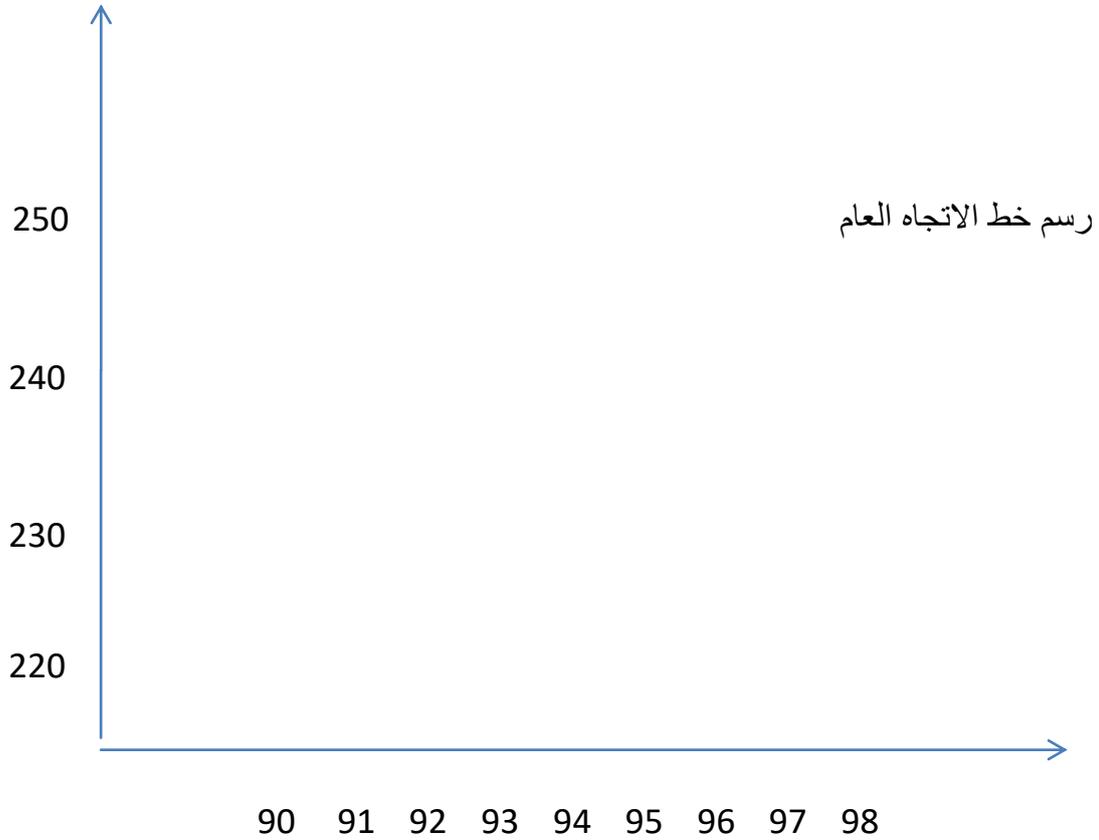
المطلوب : رسم خط الاتجاه العام باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة .

السنوات : 1990 , 1991 , 1992 , 1993 , 1994 , 1995 , 1996 , 1997 , 1998

المبيعات بالملايين : 210 , 240 , 230 , 220 , 260 , 250 , 230 , 220 , 280

الحل : نفرض ان عدد السنين المناسب هو ثلاث سنوات

| السنوات | المبيعات y_i | مجموع ثلاث سنوات | متوسط ثلاث سنوات |
|---------|----------------|------------------|------------------|
| 1990 | 210 | | |
| 1991 | 240 | 680 | 226.67 |
| 1992 | 230 | 690 | 230 |
| 1993 | 220 | 710 | 236.67 |
| 1994 | 260 | 730 | 243.33 |
| 1995 | 250 | 740 | 246.67 |
| 1996 | 230 | 700 | 233.33 |
| 1997 | 220 | 730 | 243.33 |
| 1998 | 280 | | |



س واجب الجدول التالي يبين انتاج البيض في احدى محطات الدواجن عن الفترة من 1991-2000 بالمليون بيضة

المطلوب : رسم خط الاتجاه العام بطريقة المتوسطات المتحركة

الانتاج السنوي : 16.2 , 15.2 , 15.1 , 16.8 , 16.9 , 12.9 , 13.8 , 16.1 , 20.4 , 17.8
السنوات : 1991 1992 1993 1994 1995 1996 1997 1998 1999 2000

طريقة المربعات الصغرى

تعتبر هذه الطريقة من ادق طرق تعيين خط الاتجاه العام

$$Y_i = a + b E$$

حيث ان a و b قيمتان ثابتتان

وان b تمثل :

$$b = \frac{\sum y_i E_i - n \bar{Y} \bar{E}}{\sum E^2 - n \bar{E}^2}$$

و a تمثل

$$a = \bar{Y} - b \bar{E}$$

$$\bar{E} = \frac{\sum E_i}{n} \text{ و } \bar{Y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

مثال : الجدول الاتي يبين قيم المبيعات الفعلية (بالملايين) لأحد المصانع وللسنوات 96-98
وللمواسم الاتية:

المبيعات y_i 280 , 220 , 230 , 250 , 260 , 220 , 230 , 240 , 210

المواسم E_i 9 , 8 , 7 , 6 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1 ,

المطلوب : استخراج معادلة خط الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى ثم قدر قيمة المبيعات
للسنوات 1991 و 2000

| E_i | y_i | $y_i E_i$ | E_i^2 |
|-------|-------|-----------|---------|
| 1 | 210 | 210 | 1 |
| 2 | 240 | 480 | 4 |
| 3 | 230 | 690 | 9 |
| 4 | 220 | 880 | 16 |
| 5 | 260 | 1300 | 25 |
| 6 | 250 | 1500 | 36 |
| 7 | 230 | 1610 | 49 |
| 8 | 220 | 1760 | 64 |
| 9 | 280 | 2520 | 81 |
| <hr/> | <hr/> | <hr/> | <hr/> |
| 45 | 2140 | 10950 | 285 |

ثم نجد \bar{Y} و \bar{E} اي الوسط الحسابي للمبيعات y_i وللمواسم E_i

$$\bar{E} = \sum E_i / n = 45/9 = 5$$

$$\bar{Y} = \sum Y_i / n = 214/9 = 237.78$$

$$\sum Y_i E_i - n\bar{E}\bar{Y}$$

$$b = \frac{\sum Y_i E_i - n\bar{E}\bar{Y}}{\sum E_i^2 - n\bar{E}^2}$$

$$\sum E_i^2 - n\bar{E}^2$$

$$10950 - (9)(5)(237.78)$$

$$= \frac{285 - 9(5)^2}{60}$$

$$285 - 9(5)^2$$

$$350$$

$$b = \frac{350}{60} = 4.17$$

$$60$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{E}$$

$$= 237.78 - (4.17)(5)$$

$$= 216.93$$

$$Y = a + b E_i$$

$$= 216.93 + 4.17(E)$$

ويمكن الاستفادة من معادلة خط الاتجاه العام للتنبؤ بقيم المبيعات لكل ثلاثة اشهر من عام 1999 و2000 وذلك بالتعويض عن قيمة E_i في معادلة خط الاتجاه العام وكما يلي :

| | | |
|-------|-------|--------------------------------------|
| السنة | E_i | |
| 1990 | 10 | $y = a + bE_i$ |
| | 11 | $= 216.93 + 4.17(10) = 258.63$ |
| | 12 | $y = 216.93 + 4.17(11) = 262.8$ |
| 2000 | 13 | |
| | 14 | وهكذا لبقية المواسم كما يمكن التعويض |
| | 15 | عن E_i بالاشهر او بالسنوات |

سؤال واجب : -البيانات التالية تمثل الادخارات في احد المصارف مقدرة بالملايين المطلوب/ اوجد معادلة خط الاتجاه العام باستخدام طريقة المربعات الصغرى ثم قدر لعام 1990

| | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|----------------|
| 81 | 78 | 69 | 77 | 60 | 55 | 46 | 31 | المدخرات y_i |
| 1989 | 1988 | 1987 | 1986 | 1985 | 1984 | 1983 | 1982 | السنوات E |

الاسبوع الثالث والعشرين الارقام القياسية /مفهومها ,واستخدامها

الارقام القياسية Index number

ان دراسة الارقام القياسية على جانب كبير من الاهمية لجميع الباحثين في المجالات الاقتصادية والاجتماعية والتجارية فالرقم القياسي يشير الى الانخفاض والارتفاع الذي يطرأ على الظاهرة موضوعة البحث وبواسطة الرقم القياسي يتمكن الباحث الاقتصادي ان يعطي رأيه في ارتفاع وانخفاض مستوى المعيشة في قطر من الاقطار او مدينة من المدن خلال فترة معينة من الزمن . كذلك يتمكن هذا الباحث عند وقوفه على التغير الحقيقي في الحالة الاقتصادية ان يضع سياسة اقتصادية انمائية مرنة من واقع التغيرات التي توصفها هذه الارقام .

وعن طريق دراسة الارقام القياسية للاجور مثلا يتمكن الباحث من ان يقف على الظروف الاجتماعية والاقتصادية للعمال في الصناعات المختلفة في السنوات المختلفة واثر التحسينات في وسائل الانتاج وتخفيض ساعات العمل وغير ذلك مما يتعلق بالاجور ومستواها.

الرقم القياسي : هو قياس احصائي يبين التغير في قيمة ظاهرة معينة او مجموعة من الظواهر ذات العلاقة بالنسبة الى قيمتها في زمان او مكان معين .

فترة الاساس : هي الفترة التي تنسب اليها عادة اسعار وكميات الفترات الاخرى وهذه الفترة قد تكون شهرا او سنة او غيرها ولكن الشائع ان تكون سنة واحدة وتسمى (سنة الاساس) كما يشترط ان تكون سنة طبيعية خالية من الشذوذ كالحروب والازمات او الكوارث.

فترة المقارنة : هي الفترة التي تنسب اسعارها او كمياتها الى اسعار او كميات فترة الاساس .

انواع الارقام القياسية المستخدمة في التحليل الاحصائي :

اولا : الارقام القياسية البسيطة Simple index number

ثانيا : الارقام القياسية المرجحة Wergted index number

تكوين الارقام القياسية : من الممكن ايجاد ارقام قياسية لاية ظاهرة لغرض مقارنة قيمتها بين فترة واخرى . فمثلا نستطيع عمل رقم قياسي للانتاج وكذلك للصادرات والواردات والاجور وغير ذلك ولكن من الارقام القياسية الاكثر شيوعا المهمة والاكثر شيوعا هي الارقام القياسية للاسعار.

الاسبوع الرابع والعشرين

اولا : الارقام القياسية البسيطة Simple index number

يحسب الرقم القياسي البسيط للاسعار بموجب هذه الطريقة بايجاد الوسط الحسابي للاسعار خلال سنتي الاساس والمقارنة ثم ننسب الوسط الحسابي للاسعار لسنة المقارنة الى الوسط الحسابي لسنة الاساس ونضرب الناتج *100 للحصول على نسبة مئوية .

مجموع الاسعار في سنة المقارنة

الوسط الحسابي للاسعار في سنة المقارنة = -----

عدد الاسعار

$$P_i = \sum P_i / n$$

حيث ان P_i هي اسعار سنة المقارنة

مجموع الاسعار في سنة الاساس

اما الوسط الحسابي للاسعار في سنة الاساس =

عدد الاسعار

$$\bar{P}_0 = \frac{\sum P_0}{n}$$

حيث ان P_0 هي اسعار سنة الاساس

الوسط الحسابي للاسعار في سنة المقارنة

وعليه فان الرقم القياسي = $100 * \frac{\sum P_i / n}{\sum P_0 / n}$

الوسط الحسابي للاسعار في سنة الاساس

$$\frac{\sum P_i}{n}$$

$$P.I = \frac{\sum P_i}{\sum P_0} * 100$$

$$\frac{\sum P_0}{n}$$

وعليه فان الرقم القياسي للاسعار ياخذ الصيغة الاتية :

$$\frac{\sum P_i}{\sum P_0} * 100$$

$$P.I = \frac{\sum P_i}{\sum P_0} * 100$$

$$\frac{\sum P_0}{n}$$

مثال (1)

الجدول الاتي يبين اسعار بعض السلع في سنتي (1969) (1993)

المطلوب : ايجاد الرقم القياسي البسيط للاسعار لسنة 1993 علما بان 1969 هي سنة الاساس

| السلعة | السعر | |
|--------|-------|------|
| | 1993 | 1969 |
| قمح | 4000 | 600 |
| | | 94 |

| | | |
|-----|-----------|------------|
| سكر | 30 | 700 |
| لحم | <u>32</u> | <u>320</u> |
| | 662 | 4390 |

$$\sum P_i \quad 4390$$

$$P.I = \frac{\sum P_i}{\sum P_o} * 100 = \frac{4390}{660} * 100 = 663\%$$

$$\sum P_o \quad 660$$

اي ان الاسعار ارتفعت بمقدار 663 دينار عما كانت عليه في سنة الاساس 1969

استخدام الرقم القياسي البسيط للمقارنة بين كميات السلع وقيمتها

يستخدم الرقم القياسي البسيط في حالة المقارنة بين كميات السلع وذلك بقسمة كمية السلعة في سنة المقارنة q_i على كمية السلعة في سنة الاساس q_o وضرب الناتج *100

اي ان الرقم القياسي البسيط للكمية ياخذ الصيغة الاتية :

$$Q.I = \frac{q_i}{q_o} * 100$$

اما اذا توفرت بيانات عن سعر السلعة والكمية المباعة او المنتجة في سنتي الاساس والمقارنة فيمكننا استخراج الرقم القياسي لقيمة الانتاج وذلك بقسمة قيمة السلعة في سنة المقارنة على قيمتها في سنة الاساس وضرب الناتج * 100

ملاحظة : القيمة = الكمية*السعر ويرمز للقيمة بـ V و عليه فان $V = q * p$

و عليه فان الرقم القياسي للقيمة ياخذ الصيغة الاتية :

$$P_i q_i$$

$$V.I = \frac{P_i q_i}{P_o q_o}$$

$$P_o q_o$$

$P_i q_i$ القيمة في سنة المقارنة و $P_o q_o$ هي القيمة في سنة الاساس

مثال :

إذا كانت الكمية المباعة من إحدى السلع في سنة 1991 (150) وحدة بسعر (20) دينار للوحدة ، وقد ارتفعت الكمية المباعة من هذه السلعة في سنة 1997 إلى (250) وحدة وبسعر (22) دينار للوحدة .

المطلوب : احسب أ- الرقم القياسي البسيط لسعر السلعة عام 1997 باعتبار أن سنة 1991 هي سنة الأساس

ب - الرقم القياسي البسيط لكمية الإنتاج لعام 1997 باعتبار أن سنة 1991 هي سنة الأساس

ج - الرقم القياسي البسيط للقيمة لعام 1997

الحل :

أ- نحسب الرقم القياسي البسيط للأسعار لعام 1991

$$P.I = \frac{P_i_{97}}{P_o_{91}} * 100 = \frac{22}{20} * 100 = 110\%$$

بمعنى أن السعر ارتفع بنسبة 10% لعام 1997 مقارنة بسنة الأساس

ب- الرقم القياسي البسيط لكمية الإنتاج

$$Q.I = \frac{q_i_{97}}{q_o_{91}} * 100 = \frac{250}{150} * 100 = 166.67\%$$

بمعنى أن الكمية المنتجة ارتفعت بنسبة 66.67% لعام 1997

ج- الرقم القياسي البسيط للقيمة

$$V.I = \frac{P_i q_i_{97}}{P_o q_o_{91}} * 100 = \frac{22 (250)}{20 (150)} * 100 = 183.3\%$$

كما يمكن استخراج نفس النتيجة بقسمة حاصل ضرب الرقمين القياسيين للسعر والكمية المستخرجة سابقاً على 100

$$110 * 166.67$$

$$V.I = \frac{\text{-----}}{100} = 183.3\%$$

100

الاسبوع الخامس والعشرين والسادس والعشرين

حساب الارقام القياسية المرجحة ، رقم لاسبير ، رقم باش ، رقم فيشر (الامتثل)

الارقام القياسية المرجحة :

ان مايعاب على الارقام القياسية البسيطة كونها تعطي اهمية متساوية للسلع المختلفة لدى استخراج ارقامها القياسية .اي انها تعطي صورة غير دقيقة للتغيرات الحاصلة في مستويات الاسعار او الكميات وغيرها .

لذلك نلجأ الى استخدام الارقام القياسية المرجحة اي التي تعطي لكل سلعة الوزن الحقيقي الخاص باهميتها وذلك من خلال ترجيح الاسعار وحيث يوجد لدينا نوعية من الاسعار (اسعار سنة الاساس واسعار سنة المقارنة) كذلك نوعين من الكميات (كميات سنة الاساس وكميات سنة المقارنة) لذلك يمكن ان نحصل على ثلاثة انواع من الارقام القياسية المرجحة تعرف باسماء العلماء الذين توصلوا ليها وهي :-

1- رقم لاسبير Laspeyres

2- رقم باش Paasche

3- رقم فيشر Fisher (الامتثل)

1- رقم لاسبير : يعتمد على الترجيح بكميات سنة الاساس

مجموع اسعار سنة المقارنة *كميات سنة الاساس

$$\text{رقم لاسبير} = \frac{\text{-----}}{100^*}$$

مجموع اسعار سنة الاساس *كميات سنة الاساس

$$\sum P_i q_o = \text{اي ان رقم لاسبير}$$

$$P.I(Las) = \frac{\text{-----}}{\sum P_o q_o} * 100$$

$$\sum P_o q_o$$

مثال (1)

الجدول الاتي يبين كميات السلع واسعارها في سنتين 1939 ، 1957

المطلوب : ايجاد الرقم القياسي للاسعار في سنة 1957 بتعتبر ان سنة 1939 هي سنة الاساس بطريقة لاسبير

| الكمية | | السعر | | نوع السلعة |
|--------|------|-------|------|------------|
| 1957 | 1939 | 1957 | 1939 | |
| 24 | 18 | 4 | 2 | قمح |
| 12 | 6 | 9 | 4 | باقلاء |
| 32 | 20 | 3 | 1 | ذرة |
| 400 | 250 | 3 | 1 | رز |

الحل : نضرب اسعار سنة المقارنة *كميات سنة الاساس ثم نجمع حاصل الضرب

نضرب اسعار سنة الاساس *كميات سنة الاساس ثم نجمع حاصل الضرب

$$P_{i57} q_{o39} \quad p_{o39} q_{o39}$$

$$4*18=72 \quad 2*18=36$$

$$9*6=54 \quad 4*6=24$$

$$3*20=60 \quad 1*20=20$$

$$250*3=750 \quad 1*250=250$$

$$936 \quad 330$$

$$P.I(Las) = \frac{\sum P_i q_o}{\sum p_o q_o} * 100 = \frac{936}{330} * 100 = 284\%$$

يلاحظ ان هذا الرقم القياسي يمكن استخراجه في حالة عدم توفر البيانات الخاصة بكميات سنة المقارنة (لانه يعتمد على كميات سنة الاساس)

2- رقم باش (الترجيح بكميات سنة المقارنة)

مجموع اسعار سنة المقارنة * كميات سنة المقارنة

$$100 * \frac{\text{مجموع اسعار سنة المقارنة * كميات سنة المقارنة}}{\sum P_i q_i} = \text{الرقم القياسي لباش}$$

مجموع اسعار سنة الاساس * كميات سنة المقارنة

وياخذ الرقم القياسي لباش الصيغة الاتية:

$$\sum P_i q_i$$

$$P.I(paa) = \frac{\sum P_o q_o}{\sum P_i q_i} * 100$$

حل المثال (1)

الجدول الاتي يبين كميات السلع واسعارها في سنتين 1939 ، 1957

المطلوب : ايجاد الرقم القياسي للاسعار في سنة 1957 باعتبار ان سنة 1939 هي سنة الاساس بطريقة باش

| الكمية | | السعر | | نوع السلعة |
|--------|------|-------|------|------------|
| 1957 | 1939 | 1957 | 1939 | |
| 24 | 18 | 4 | 2 | قمح |
| 12 | 6 | 9 | 4 | باقلاء |
| 32 | 20 | 3 | 1 | ذرة |
| 400 | 250 | 3 | 1 | رز |

نضرب الاسعار في سنة المقارنة * كميات سنة المقارنة ونجمع حاصل الضرب

نضرب اسعار سنة الاساس * كميات سنة المقارنة ونجمع حاصل الضرب

| | |
|------------------------------|-----------------------------|
| $P_{i57} q_{i57}$ | $P_{o39} q_{i57}$ |
| $24 * 4 = 96$ | $2 * 24 = 48$ |
| $12 * 9 = 108$ | $12 * 4 = 48$ |
| $32 * 3 = 96$ | $32 * 1 = 32$ |
| $400 * 3 = \underline{1200}$ | $400 * 1 = \underline{400}$ |
| 1500 | 528 |

$$P.I(paa) = \frac{\sum p_i q_i}{\sum p_o q_i} * 100 = \frac{1500}{528} * 100 = 284\%$$

3- الرقم القياسي الامثل

ويسمى بمعادلة فيشر وبموجب هذه المعادلة يمكن احتساب الرقم القياسي للاسعار من الجذر التربيعي لحاصل ضرب الناتج من معادلة باش * الرقم القياسي الناتج من معادلة لاسبير

وعليه فان الرقم القياسي الامثل =

$$P.I(fis) = \sqrt{\left[\frac{\sum p_i q_0}{\sum p_0 q_0} \right] \left[\frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 q_i} \right]} * 100$$

وبالرجوع الى المثال السابق لـ لاسبير وباش فان الرقم القياسي لـ فيشر يساوي

$$P.I(fis) = \sqrt{\left[\frac{\sum P_i q_0}{\sum p_0 q_0} \right] \left[\frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 q_i} \right]} * 100$$

$$P.I(fis) = \sqrt{\left[\frac{936}{330} \right] \left[\frac{1500}{528} \right]} * 100$$

$$P.I(fis) = \sqrt{2.84 * 2.84} * 100 = 284\%$$

مثال (2)

الجدول الاتي يبين الاسعار والكميات المقابلة لها

| البيانات السلعة | Po اسعار اساس | Pi اسعار مقارنة | qo كميات اساس | qi كميات مقارنة |
|--------------------|------------------|--------------------|------------------|--------------------|
| 1 | 4 | 10 | 20 | 25 |
| 2 | 2 | 5 | 40 | 30 |
| 3 | 6 | 9 | 15 | 20 |
| 4 | 8 | 15 | 10 | 15 |

المطلوب : أ- رقم لاسبير القياسي ب- رقم باش القياسي ج- رقم فيشر القياسي (الامثل)

الحل :

$$\begin{array}{cc} \text{أ- رقم لاسبير} & \\ \frac{p_i q_0}{200} & \frac{p_0 q_0}{80} \end{array}$$

| | |
|------------|-----------|
| 200 | 80 |
| 135 | 90 |
| <u>120</u> | <u>80</u> |
| 655 | 330 |

$$P.I(Las) = \frac{\sum P_i q_o}{\sum P_o q_o} * 100 = 655/330 * 100$$

$$P.I(Las) = 198\%$$

| | |
|--------------|--------------|
| <u>Pi qi</u> | <u>Po qi</u> |
| 250 | 100 |
| 150 | 60 |
| 180 | 120 |
| <u>225</u> | <u>120</u> |
| 805 | 400 |

ب- رقم باش

$$P.I(paa) = \frac{\sum P_i q_i}{\sum P_o q_i} * 100 = 805 / 400 * 100$$

$$P.I(paa) = 201\%$$

ج- رقم فيشر

$$P.I(fis) = \sqrt{1.98 * 2.01} * 100$$

$$P.I(fis) = 199.618\%$$

الاسبوع السابع والعشرين والثامن والعشرين والتاسع والعشرين والثلاثين

بعض المواضيع التطبيقية

بعد دراستنا لمراحل الطريقة الاحصائية والمام الطالب ببعض المراحل الاساسية أعتقد ان من الضروري ان نطلع على بعض المواضيع التطبيقية التي تعالج بعض النواحي الاقتصادية والاجتماعية وغيرها ، والمواد التطبيقية كثيرة ومتشعبة فهناك الاحصاءات الحيوية والتجارية والصناعية والزراعية واحصاءات الدخل القومي والخ

الاحصاءات الحيوية :

الاحصاءات الحيوية هي الاحصاءات التي تبحث وتحلل المظاهر المختلفة لحياة الانسان منذ ولادته الى وفاته . فهي تهتم بالولادات والوفيات والزواج والطلاق والامراض والعاهات والحرف والصناعات والهجرة . وهكذا نرى أهمية هذا النوع من الدراسة للباحث الاقتصادي والاجتماعي .

تعداد السكان

اهتمت الدول قديما بمعرفة عدد السكان وذلك لتقدير قوتها البشرية في الحروب وكذلك لجباية الضرائب . وكانت عملية العد تجري بطرق غير علمية وبتواريخ غير محددة . وفي الوقت الحاضر تطور اسلوب تعداد السكان واصبح يجري بفترات منتظمة ويشمل عد جميع سكان البلد في فترة معينة وبأساليب احصائية حديثة . وترمي عملية التعداد في الوقت الحاضر الى التعرف على الصفات المختلفة للسكان وتوزيع السكان جغرافيا ، توزيع السكان حسب العمر والنوع ، الحالة المدنية والعلمية والدينية ، توزيع السكان حسب الحرف وغير ذلك من الاوصاف التي تساعد على اعطاء صورة واضحة عن احوال السكان الاجتماعية والاقتصادية وهذه الصورة تساعد المسؤولين على وضع تخطيط سليم شامل . ونظرا لاهمية احصاء السكان لبرامج التخطيط ، فقد فكرت بعض الدول في جعل عملية تعداد السكان تجري بفترات قصيرة (كل خمس سنوات مثلا) الا ان العمل المرهق والوقت والمال اللازم لاجراء التعداد تحول دون تقصير فترة التعداد .

وفي العراق يجري التعداد كل عشر سنوات ، فقد قامت الحكومة العراقية باجراء تسجيل عام لسكان العراق لمعرفة حالة السكان في سنة 1977 وقد سبق ان قامت الحكومة العراقية بعدة تسجيلات عامة قبل هذا التسجيل الاخير . وذلك في السنوات 1927 - 1934 - 1947 - 1957- 1965 . أما تعداد 1927 فلم يكن سوى محاولة فاشلة فلم تمضي بضعة شهور حتى تبين للحكومة فشل العملية فألغتها . اما تسجيل 1934 فقد اتبع نظام تعيين لجان استقرت في الاماكن على ان يستدعي المختار رؤساء العائلات للدلاء بالبيانات المطلوبة وقد شمل هذا التسجيل جميع انحاء العراق وكان الغرض منه مركزا لخدمة أغراض التجنيد والانتخابات ، وقد استعمل اساسا لمنح (دفتر الجنسية) التي استبدلت فيما بعد بدفاتر النفوس للاستعمالها كمستند رسمي . أما تسجيل عام 1947 فيعتبر اول تسجيل جرى بواسطة العدادين والهيئات حيث قاموا بزيارة المساكن لاستقاء المعلومات المطلوبة . وقد شملت عملية التسجيل جميع انحاء العراق في المدن والقصبات في يوم واحد . اما في القرى والارياف فقد بدأت قبل يوم التسجيل وانتهت في نفس يوم التسجيل . ولم تنجح العملية في القرى والارياف نجاحها في في المدن والقصبات . وقد تخلف عدد كبير من السكان عن التسجيل وقد تبين ذلك عام 1957 . حيث كان التسجيل عام 1957 اكثر دقة وشمولا . اما التسجيل في عام 1965 فقد كان من المفروض ان يجري عام 1967 لكن لضرورة الاعداد للانتخابات فقد قدم موعد التعداد .

وامتاز هذا التعداد عن التعدادات السابقة بكون الاستمارة احتوت على اسئلة اكثر فقد اضيفت الى الاستمارة اسئلة تتعلق بالحرف والقومية والخدمة العسكرية وغيرها . وهناك طريقتان للتعداد .

1- التعداد الفعلي

وفي هذه الطريقة تعلن الدولة منع التجول ويحصر السكان كما هم في الواقع وقت التعداد ، ففي كل محل (بيت ، فندق ... الخ) يعتبر جميع الاشخاص الموجودين فيه ساعة التعداد من سكان البلدة سواء أكانوا زائرين أو من أصل السكان . كما ان أحد أفراد العائلة المتغيب عنها في يوم التعداد لا يعد من عائلته بل يعد مع سكان المدينة التي هو فيها . وهذه الطريقة سهلة وقليلة الاخطاء . اذ ان العداد لا يحتاج الى عد كل شخص في أي مكان يوجد فيه الا ان التعداد بهذه الطريقة لا يصور الاشياء على حقيقتها ويعطي معلومات غير صحيحة اذا كانت الدولة واسعة المساحة . والعراق من الدول التي تستخدم هذه الطريقة .

2- التعداد النظري

وهو حصر السكان حسب اقامتهم المعتادة . فافراد العائلة المتغيبون عن البيت يحسبون مع عائلاتهم ولا يعدون مع سكان المدن الاخرى التي هم فيها وقت التعداد . وهذه الطريقة صعبة من الناحية العملية اذ تتطلب وضع أسئلة اضافية في استمارة التعداد لمعرفة محل الإقامة الحقيقية لكل شخص فيحصل الالتباس الذي يؤدي الى تسرب أخطاء كبيرة ولأجل ان يكون التعداد دقيقا يجب تهيئة جهاز منظم من العدادين والفنيين كما ان درجة ثقافة الشعب تؤثر في ذلك . ومن الدول التي تطبق هذه الطريقة الولايات المتحدة والمانيا .

والتعداد يجري عن طريق طبع استمارات وتوزيعها على العائلات والمحلات لملئها من قبلهم أو بواسطة العدادين . وتعتبر البيانات الموجودة في الاستمارات سرية يعاقب من يشي بها ويستعملها لغير أغراضها الاحصائية .

تقدير عدد السكان :

تحتاج برامج التخطيط للدولة الى معرفة عدد السكان سنويا ولا يمكن معرفته بواسطة التعداد العام الذي يجري مرة واحدة كل عشر سنوات بسبب صعوبة العمل والتكاليف الكثيرة لذلك تلجأ الى عمل تقديرات سنوية بعدد السكان وهناك ثلاث طرق لتقدير عدد السكان وهي (1) الزيادة الطبيعية (2) المتواليه العددية (3) المتواليه الهندسية .

أولا : الزيادة الطبيعية

وهذه الطريقة مبنية على اساس أنه اذا عرف التعداد لسنة 1957 مثلا وأريد معرفة عدد السكان التقديري للسنة 1958 فيجب ان تعرف عدد كل من المواليد والوفيات والداخلين والراجلين عنه في الفترة من نهاية 1957 حتى نهاية 1958 .

والزيادة الطبيعية للسكان = عدد المواليد + عدد المهاجرين للداخل - (عدد الوفيات + عدد المهاجرين للخارج)

ويمكن استخدام هذا المقياس لتقدير السكان في أي وقت اذا ضبطت احصاءات الهجرة وكان تسجيل المواليد والوفيات دقيقا .

ثانيا : المتوالية العددية

في حالة التقدير بطريقة المتوالية العددية يجب أن يكون معروفا لدينا تعدادان سابقان للتقدير وذلك لاستخراج الاساس d اي اننا نطبق صيغة الحد الاخير L

$$L = A + (n-1) d$$

تطبق هذه الصيغة مرتين في المرة الاولى يكون

$$L_1 = \text{التعداد الاخير قبل سنة التقدير}$$

A التعداد السابق له

$$N_1 = (\text{عدد السنين بين التعدادين} + 1)$$

d = الزيادة السنوية للسكان . وفي المرة الثانية يكون

$$L_2 = \text{عدد النفوس في سنة التقدير للتعداد الاخير}$$

$$N = (\text{عدد السنين بين سنة التقدير والتعداد الاخير} + 1)$$

A₂ التعداد الاخير .

ثالثا : المتوالية الهندسية

في حالة التقدير بطريقة المتوالية الهندسية نطبق القانون

$$L = A * R^{n-1}$$

يطبق هذا القانون مرتين في المرة الاولى لاستخراج قيمة R معدل الزيادة السنوية للسكان , L₁ كتعدادين الاخير والذي قبله ، n₁ (عدد السنين بين التعدادين + 1)، ويطبق القانون مرة ثانية لاستخراج عدد السكان في سنة التقدير حيث

$$L_2 = \text{عدد السكان في سنة التقدير}$$

A₂ التعداد الاخير

N₂ عدد السنين بين سنة التقدير والتعداد الاخير .

مثال :

كان تعداد سكان العراق 4816185 نسمة سنة 1947 وفي سنة 1957 كان التعداد 6339960 والمطلوب تقدير عدد السكان سنة 1964 باستخدام :

أولا : المتوالية العددية

ثانيا : المتوالية الهندسية

الحل : بطريقة المتوالية العددية

$$L_1 = A + (n-1)d$$

$$6339960 = 4816185 + (11-1) d$$

$$d = \frac{6339960 - 4816185}{10} = 152378$$

$$L_2 = 6339960 + (8-1) * 152378$$

$$L = 6339960 + 1066346 = 7406306$$

الحل : بطريقة المتوالية الهندسية

$$L_1 = A * R^{n-1}$$

$$6339960 = 4816185 * R^{11-1}$$

$$R = \left(\frac{6339960}{4816185} \right)^{1/10}$$

$$\text{Log } R = 1/10 (\text{Log } 6339960 - \text{Log } 4816185)$$

$$\text{Log } R = 1/10 (6.8021 - 6.6826)$$

$$\text{Log } R = 0.01195$$

ونقف الى هذه المرحلة بدون ان نجد العدد المقابل لاننا نحتاج لو R في الخطوة التالية

$$L_2 = 1964 \text{ ان نفرض ان عدد السكان في سنة } 1964$$

$$L_2 = 6339960 * R^{8-1}$$

$$\text{Log } L_2 = \text{Log } 6339960 + 7 * \text{Log } R$$

$$\text{Log } L_2 = 6.8021 + 0.01195$$

$$\text{Log } R = 0.01195 \text{ من السابق}$$

حيث

$$\text{Log } L_2 = 6.8021 + 0.08365 = 6.88575$$

. $\text{LogL}_2 = 7688000$ عدد نفوس العراق سنة 1964 .