

المحاضرة السابع

معادلة المستقيم

ج-القوانين الرئيسية:

معادلة المماس هي :

$$m = \frac{Y - Y_1}{X - X_1}$$

معادلة العمود على المماس هي :

$$= -1 / m$$

مسائل تطبيقية

1- اوجد معادلة المستقيم المماس للمنحني الذي معادلته $(Y = 2X^2 + 4X - 3)$ في النقطة $(1,3)$ نقطة التماس .

Solution:

$$m = \frac{Y - Y_1}{X - X_1}$$

$$\frac{dy}{dx} = 4X + 4 = m$$

$$m = 4(1) + 4 = 8$$

$$8 = \frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y - 3}{X - 1}$$

$$8X - 8 = Y - 3$$

$$8X - Y - 5 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

2- ما هو ميل المنحني الذي معادلته $(Y = X^3 - 6X + 2)$ عندما يقطع محور الصادات .

المنحني يقطع محور الصادات
عنده يصبح $X=0$

$$\frac{dy}{dx} = 3X^2 - 6$$

$$m = 3(0)^2 - 6 = -6$$

3- اوجد معادلة المستقيمت المماسة للمنحني الذي معادلته $(Y = X^3 + X)$ ، اذا علمت أن الميل $(m) = 4$

Solution:

$$m = \frac{dy}{dx} = 3X^2 + 1$$

$$4 = 3X^2 + 1$$

$$3X^2 = 3 \dots \dots \dots X^2 = 1 \dots \dots \dots \therefore X = +1 \dots \dots \dots OR \dots \dots X = -1$$

$$Y = X^3 + X = 1^3 + 1 = 2 \dots \dots \dots \text{point 1 is } (1, 2)$$

$$Y = (-1)^3 + (-1) = -2 \dots \dots \dots \text{point 2 is } (-1, -2)$$

$$m = \frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y - 2}{X - 1} = 4$$

$$4X - 4 = Y - 2 \dots \dots \dots 4X - Y - 2 = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$m = \frac{Y + 2}{X + 1} = 4$$

$$4X + 4 = Y + 2 \dots \dots \dots 4X - Y + 2 = 0 \dots \dots \dots (2)$$

4- اوجد معادلة المستقيم والمستقيم العمودي على المماس للمنحني الذي معادلته $(Y = X^3 - 3X)$ في النقطة $(2, 2)$ نقطة التماس .

$$m = \frac{dy}{dx} = 3X^2 - 3 \dots \dots \dots m_1 = 3(2)^2 - 3 = 9$$

$$9 = \frac{Y - 2}{X - 2} \dots \dots \dots 9X - 18 = Y - 2$$

$$9X - Y - 16 = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{1}{9}$$

$$\therefore -\frac{1}{9} = \frac{Y - 2}{X - 2} \dots \dots \dots -X + 2 = 9Y - 18$$

$$X + 9Y - 20 = 0 \dots \dots \dots (2)$$

5- اوجد النقاط على المنحني الذي معادلته $(Y = 2X^3 - 3X^2 - 12X + 20)$ التي عندها يكون المماس موازيا للمحور السيني .

ملاحظة : عندما يكون المماس موازيا للمحور السيني فان قيمة الميل تساوي صفرا .

Solution:

$$\frac{dy}{dx} = 6X^2 - 6X - 12$$

$$m = 6X^2 - 6X - 12 = 0 \dots \div 6$$

$$\therefore X^2 - X - 2 = 0$$

$$(X - 2)(X + 1) = 0$$

$$\therefore X_1 = 2 \dots \text{or} \dots X_2 = -1$$

$$Y_1 = 2(2)^3 - 3(2)^2 - 12(2) + 20 = 36 - 36 = 0$$

$$\therefore \text{POINT (1)} = (2, 0)$$

$$Y_2 = 2(-1)^3 - 3(-1)^2 - 12(-1) + 20 = 27$$

$$\therefore \text{POINT (2)} = (-1, 27)$$

6- فلاح لديه 1000 متر من الاسلاك الشائكة يرغب بتسييج قطعة ارض مستطيلة ، أحد جوانبها يقع على النهر ، فما هي الابعاد المطلوبة لتكون المساحة أكبر مايمكن .

Solution:

$$1000 = Y + 2X \dots (1)$$

$$A = X.Y \dots (2)$$

$$\therefore Y = 1000 - 2X \dots (3)$$

$$\therefore A = X(1000 - 2X)$$

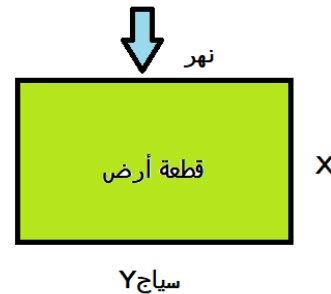
$$A = 1000X - 2X^2$$

$$\frac{dA}{dx} = 1000 - 4X = 0 \dots \text{The big area}$$

$$\therefore 1000 = 4X \dots \therefore X = \frac{1000}{4} = 250m \dots \text{Weigth}$$

$$\therefore Y = 1000 - 2(250) = 500m \dots \text{Length}$$

$$\therefore A = 250 * 500 = 125000m^2$$



7- اوجد معادلة المستقيم المماس للمنحني الذي معادلته ($X^2 + X.Y - Y^2 = 1$) في النقطة (2 , 3) نقطة التماس .

Solution:

$$2X + X \cdot \frac{dy}{dx} + Y - 2Y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} (X - 2Y) = 2X - Y$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{-(2X + Y)}{X - 2Y}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-(2 * 2 + 3)}{2 - 2 * 3} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{7}{4} = \frac{Y - 3}{X - 2} \dots \therefore 7X - 14 = 4Y - 12$$

$$\therefore 7X - 4Y - 2 = 0 \dots (1)$$

$$\frac{-4}{7} = \frac{Y - 3}{X - 2} \dots -4X + 8 = 7Y - 21$$

$$\therefore 4X + 7Y - 29 = 0 \dots (2)$$