

# المحاضرة السادسة

## القطاع الدائري ، القطعة الدائرية ايجاد المساحة والمحيط

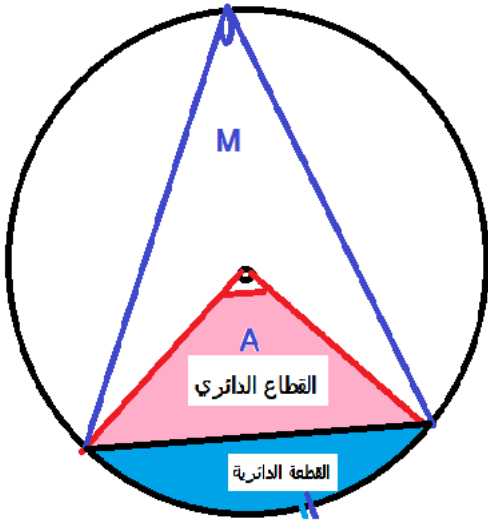
### القوانين الرئيسية:

$$\text{محيط الدائرة} = 2\pi R$$

$$\text{مساحة الدائرة} = R^2 \pi$$

### الخواص الدائرية

1. تعيين الدائرة بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة .
2. الاوتار المتساوية في الدائرة تقع على أبعاد متساوية عن المركز والعكس صحيح أيضا .
3. الزاوية المركزية في دائرة تساوي ضعف الزاوية المحيطية المقابلة لنفس القوس .



4. يكون نصف القطر عموديا على المماس عند نقطة التماس .
5. الزاوية المحصورة بين مماس ووتر تساوي الزاوية المحيطية المرسومة في القطعة المقابلة .
6. اذا تقاطع وتران في دائرة فحاصل ضرب جزئي أحدهما يساوي حاصل ضرب جزئي الآخر .
7. كل وتر في دائرة يقسمها الى قطعتين تسميان القطعة الاساسية والاخرى الثانوية بالنسبة لمساحتيهما .
8. مساحة الدائرة التي نصف قطرها  $r$  تساوي  $R^2 \pi$  مساحة الدائرة
9. جزء الدائرة المحصور بين نصفي قطري وقوس للدائرة يسمى قطاع الدائرة .

$$(L) \text{ طول قوس الدائرة} = \frac{R \pi \theta^\circ}{180^\circ}$$

اولا : القطاع الدائري :

مساحة القطاع الدائري : انت تعلم ان الدورة الكاملة 360 تقابل دائرة مساحتها

$\pi \text{ نق}^2$ ، وعليه اذا كانت الزاوية المركزية لقطاع دائري د ، ونصف القطر نق فإن :  
مساحة القطاع =  $\pi \text{ نق}^2 \times \frac{د}{360}$

العلاقة التي تربط بين التقدير الدائرة وطول القوس ونصف قطر الدائرة هي :

$$ل = د \text{ نق}$$

حيث ل = طول القوس ..

مساحة القطاع الدائري =  $\frac{1}{2} ل \text{ نق} = \frac{1}{2} د \text{ نق} \times \text{نق}$

$$= \frac{1}{2} د \text{ نق}^2$$

مساحة القطاع =  $\frac{1}{2} د \text{ نق}^2$  ( حيث د الزاوية المركزية بالتقدير الدائري )

وبما ان طول القوس ل = د نق

**فإن مساحة القطاع = ل نق**

$$\text{محيط القطاع الدائري} = 2 \text{ نق} + ل$$

حيث نق : نصف قطر الدائرة ، ل : طول قوس القطاع

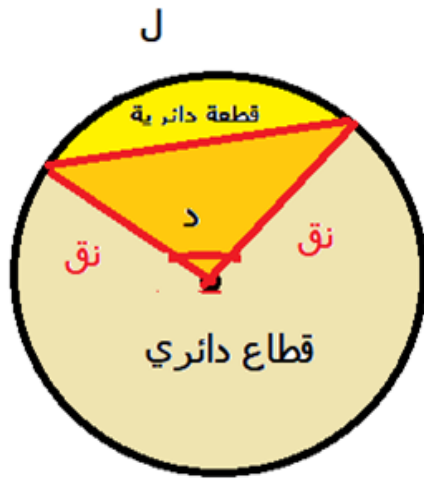
ثانيا : إيجاد مساحة القطعة الدائرية

نصف قطر الدائرة = نق

**(د) هي قياس الزاوية بالتقدير الدائري.**

**مساحة القطعة الدائرية = مساحة القطاع الدائري - مساحة المثلث المتساوي الساقين الناشئ على الوتر**

مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  حاصل ضرب الضلعين جيب الزاوية المحصور بينهما



$$\frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ جاد} =$$

والآن : مساحة القطعة الدائرية :

$$\frac{1}{2} \text{ د نق}^2 - \frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ جاد} =$$

بأخذ  $\frac{1}{2} \text{ نق}^2$  عامل مشترك ..

$$\frac{1}{2} \text{ نق}^2 (\text{د} - \text{جاد}) =$$

حيث د قياس الزاوية المركزية بالتقدير الدائري ..

### سؤال (1)

قطاع دائري طول نصف قطره (15سم) ومساحته 270 سم<sup>2</sup> اوجد:

(أ) الزاوية المركزية للقطاع.

(ب) طول القوس

الحل : (أ) المساحة =  $\frac{1}{2} \text{ د نق}^2$

$$270 = \frac{1}{2} \text{ د } 15^2$$

$$270 = \frac{1}{2} \text{ د } 225$$

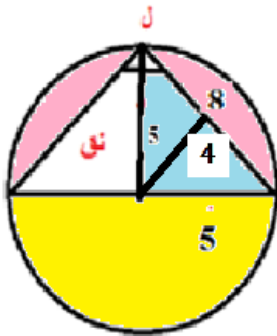
$$540 = 225 \text{ د}$$

د = 2,4 زاوية مركزية بالتقدير الدائري

(ب) ل = د نق

$$\text{ل} = 2,4 \times 15 = 36 \text{ سم.}$$

### سؤال (2)



دائرة نصف قطرها (5) سم

رسم داخلها وتر طولها (8) سم .

احسب ارتفاع القطعة الثانوية ومساحتها

**الحل :**

نصل بين مركز الدائرة ونهايتي الوتر ، ثم ننزل عمود من منتصف الزاوية المركزية على منتصف القاعدة ينتج مايلى :

$$\text{مساحة المثلث } Area = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{8+5+5}{2} = 9$$

$$= \sqrt{9(9-8)(9-5)(9-5)} = 12 \text{ cm}^2 \text{ مساحة المثلث}$$

$$h = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ cm ارتفاع مثلث}$$

نصف قطر الدائرة - ارتفاع المثلث = ارتفاع الجزء الثانوي

$$5 - 3 = 2 \text{ cm}$$

$$\tan \theta/2 = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \frac{\theta}{2} = 60^\circ \quad \therefore \theta = 120^\circ \text{ مركزية}$$

$$= \frac{\pi R^2}{360} * \theta \text{ مساحة القطاع}$$

$$= \frac{\pi(5)^2}{360} * 120 = 26.18 \text{ cm}^2 \text{ مساحة القطاع}$$

$$26.18 \text{ cm}^2 - 12 \text{ cm}^2 = 14.18 \text{ cm}^2 \text{ المساحة الثانوية}$$

سؤال (3)

قطاع لدائرة نصف قطرها (10) سم وزاويته تساوي (25°). أحسب طول قوس القطاع ومساحته.

**الحل :**

$$(L) \text{ طول قوس الدائرة} = \frac{R \pi \theta^\circ}{180^\circ}$$

$$(L) \text{ طول قوس الدائرة} = \frac{\pi * 10 * 25^\circ}{180^\circ} = 4.36 \text{ cm}$$

$$= \frac{\pi R^2}{360} * \theta \text{ مساحة القطاع}$$

$$= \frac{\pi * 10^2}{360} * 25^\circ = 21.82 \text{ cm}^2 \text{ مساحة القطاع}$$

سؤال (4)

جد قيمة  $45^{\circ}36'$  بالقياس الدائري (نصف القطري)  
الحل :

$$45^{\circ}36' = 45.6^{\circ}$$

$$45.6^{\circ} = 45.6 * \frac{\pi}{180} \text{ نصف قطرية}$$

$$= \frac{45.6 * \pi}{180} = x \text{ نفرض}$$

$$\log x = \log 45.6 + \log 3.1416 - \log 180 =$$

$$= 1.6590 + 0.4971 - 2.2553 = -0.0992$$

$$\therefore x = 0.7958 \text{ نصف قطرية}$$

سؤال (5)

جد قيمة 1.0545 (نصف قطرية) بالقياس الدائري بالدرجات الستينية والدقائق ؟

الحل :

$$1.0545 = \frac{1.0545 * 180}{\pi} = x \text{ درجة ستينية (نصف قطرية)}$$

$$\log x = \log 1.0545 + \log 180 - \log 3.1416$$

$$= 0.0230 + 2.2553 - 0.4971 = 1.7812$$

$$\therefore x = 60^{\circ} 25'$$

واجب بيئي

1) اوجد طول القوس في دائرة نصف قطرها 32 سم وزاويته المركزية 36.

2) اوجد مساحة قطاع دائري قياس زاويته 120 ونصف قطر دائرته 10 سم

3) قطاع دائري قياس زاويته المركزية 2,2 وطول 11 سم . احسب مساحته.

4) اوجد طول القوس في دائرة نصف قطرها 9 وحدة ، وزاويته المركزية II