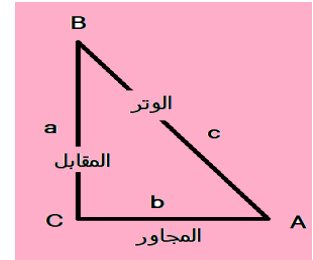


الاسبوع الخامس

المثلثات

$$C^2 = a^2 + b^2$$

$$\begin{aligned} \sin A &= \frac{a}{c} \quad \cos A = \frac{b}{c} \quad \tan A = \frac{a}{b} \\ \csc A &= \frac{1}{\sin A} \quad \sec A = \frac{1}{\cos A} \quad \cot A = \frac{1}{\tan A} \end{aligned}$$



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\frac{c^2}{c^2} = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2}$$

$$1 = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2}$$

$$\therefore 1 = \sin^2 A + \cos^2 A \quad (1)$$

بقسمة الطرفين على C^2

$$\frac{c^2}{b^2} = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{b^2}$$

$$\sec^2 A = \tan^2 A + 1 \quad (2)$$

$$\frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\csc^2 A = 1 + \cot^2 A \quad (3)$$

مساحة المثلث (A)

1. اذا علمت ثلاثة اضلاع هي (a, b, c) :

$$A = \sqrt{S(s-a)(s-b)(s-c)} \quad 1$$

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\text{or}(A) = \frac{b}{2} \sqrt{a^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2b}\right)^2} \quad 2$$

ملاحظة : مساحة مثلث متساوي الاضلاع :

$$A = \frac{a^2}{4} \sqrt{3} \text{-----} 3$$

2. اذا علم ضلعان وزاوية محصورة (a ,c <B) :

$$A = \frac{1}{2} a * c * \sin \angle B \text{-----} 4$$

3. اذا علم ضلع وزاويتان (<A ,<C , b) :

$$A = \frac{b^2}{2} \cdot \frac{\tan < A \cdot \tan < C}{\tan < A + \tan < C} \text{-----} 5$$

4. اذا علم ضلع وثلاث زوايا (<A ,<C ,<B) :

$$A = \frac{b^2}{2} \cdot \frac{\sin < A * \sin < C}{\sin < B} \text{-----} 6$$

5. اذا علمت قاعدة وارتفاع هما (h ,b) :

$$A = \frac{1}{2} b \cdot h \text{-----} 7$$

الآختبار القبلي

برهن صحة المتطابقات التالية:

EXAMPL⊗(1)

$$\sin^2 \phi + \cos^2 \phi + \tan^2 \phi = \sec^2 \phi$$

$$\therefore \sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$$

$$1 + \tan^2 \phi = \sec^2 \phi$$

$$\therefore \sec^2 \phi = \sec^2 \phi$$

EXAMPL⊗(2)

$$\tan^2 \theta - \sin^2 \theta = \tan^2 \theta * \sin^2 \theta$$

$$\text{-----} = \tan^2 \theta (1 - \cos^2 \theta)$$

$$\text{-----} = \tan^2 \theta - \tan^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$$

$$\text{-----} = \tan^2 \theta - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \cos^2 \theta$$

$$\text{-----} = \tan^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\therefore \tan^2 \theta - \sin^2 \theta = \tan^2 \theta - \sin^2 \theta$$

EXAMPL⊗(1)

$$\sqrt{\frac{1+\tan^2 \beta}{1+\cot^2 \beta}} = \tan \beta$$

$$\sqrt{\frac{\sec^2 \beta}{\csc^2 \beta}} = \frac{\sec \beta}{\csc \beta} = \frac{\frac{1}{\cos \beta}}{\frac{1}{\sin \beta}} = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \tan \beta$$

EXAMPL⊗(2)

$$\sin \theta \sqrt{\csc^2 \theta - 1} = \cos \theta$$

$$\text{Left} = \sin \theta \sqrt{\cot^2 \theta} = \sin \theta \cdot \cot \theta = \sin \theta \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cos \theta$$

EXAMPL⊗(1)

$$\sqrt{\frac{1+\cos \phi}{1-\cos \phi}} = \csc A + \cot A$$

$$\text{Left} = \sqrt{\frac{(1+\cos A)(1+\cos A)}{(1-\cos A)(1+\cos A)}} = \sqrt{\frac{(1+\cos A)^2}{(1-\cos^2 A)}}$$

$$\sqrt{\frac{(1+\cos A)^2}{\sin^2 A}} = \frac{(1+\cos A)}{\sin A}$$

$$\therefore \frac{1}{\sin A} + \frac{\cos A}{\sin A} = \csc A + \cot A = \text{Rith}$$

EXAMPL⊗(2)

$$\tan A + \cot A = \sec A \cdot \csc A$$

$$\text{Left} = \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\cos A \cdot \sin A}$$

$$\frac{1}{\cos A \cdot \sin A} = \sec A \cdot \csc A = \text{Rith}$$

الأختبار البعدي

1. إذا علمت ثلاثة اضلاع هي (a ,b ,c) :

$$A = \sqrt{S(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ ----- 1}$$

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$or(A) = \frac{b}{2} \sqrt{a^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2b}\right)^2} \text{ ----- 2}$$

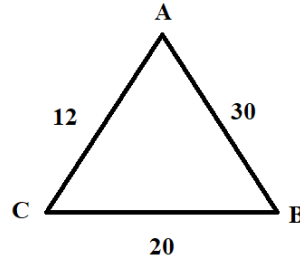
اوجد مساحة المثلث اذا علم اطواله الثلاثة كما في الشكل التالي .

الحل :

$$A = \sqrt{S(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ ----- 1}$$

$$S = \frac{12+30+20}{2} = 31$$

$$A = \sqrt{31(19) * (11) * (1)} = 80.5CM^2$$



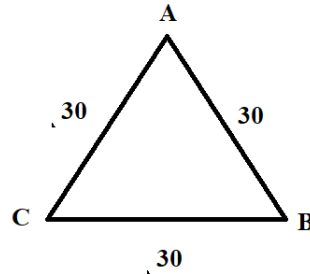
اوجد مساحة المثلث اذا علم اطواله الثلاثة كما في الشكل التالي .

ملاحظة : مساحة مثلث متساوي الاضلاع :

الحل :

$$A = \frac{a^2}{4} \sqrt{3} \text{ ----- 3}$$

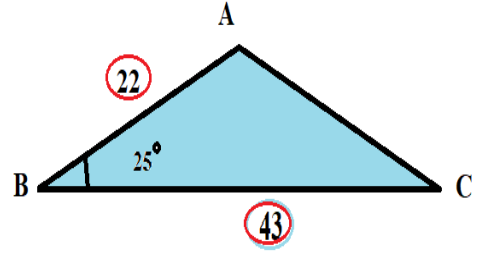
$$A = \frac{30^2}{4} \sqrt{3} = 389.7CM^2$$



2. اذا علم ضلعان وزاوية محصورة (a, c < B) :

$$A = \frac{1}{2} a * c * \sin \angle B \text{-----} 4$$

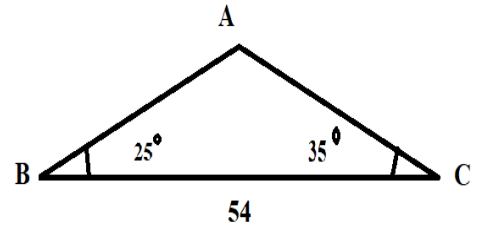
$$A = \frac{1}{2} * 22 * 43 * \sin \angle 25 \approx 200 \text{CM}^2$$



3. اذا علم ضلع وزاويتان (a, < A, < C, b) :

$$A = \frac{b^2}{2} \cdot \frac{\tan \angle A \cdot \tan \angle C}{\tan \angle A + \tan \angle C} \text{-----} 5$$

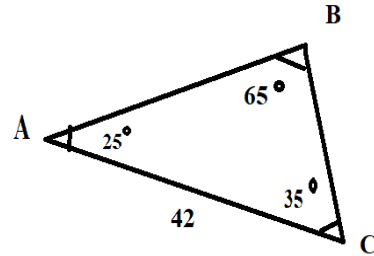
$$A = \frac{54^2}{2} \cdot \frac{\tan \angle 25 \cdot \tan \angle 35}{\tan \angle 25 + \tan \angle 35} = 408 \text{CM}^2$$



4. اذا علم ضلع وثلاث زوايا (a, < A, < C, < B) :

$$A = \frac{b^2}{2} \cdot \frac{\sin \angle A * \sin \angle C}{\sin \angle B} \text{-----} 6$$

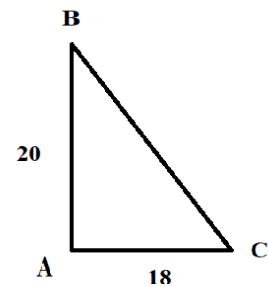
$$A = \frac{42^2}{2} \cdot \frac{\sin \angle 25 * \sin \angle 35}{\sin \angle 65} = 236 \text{CM}^2$$



5. اذا علمت قاعدة وارتفاع هما (h, b) :

$$A = \frac{1}{2} b \cdot h \text{-----} 7$$

$$A = \frac{1}{2} * 20 * 18 = 180 \text{CM}^2$$



مساحة المثلث (A)

قيست مساحة قطعة أرض بتقسيمها الى مثلثين، حيث قيس أطوال ثلاثة أضلاع للمثلث الاول وطولا ضلعين وزاوية محصورة للمثلث الثاني كما مبين في الشكل أدناه المطلوب حساب مساحة قطعة الأرض بالامتار المربعة :

الحل :

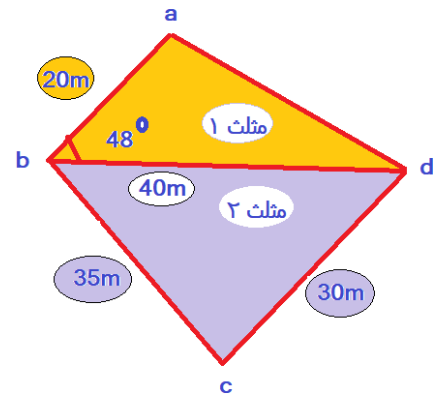
تستخدم المعادلة (1) لحساب مساحة المثلث (1) كالآتي :

$$A = \sqrt{S(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ ----- 1}$$

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \frac{40+30+35}{2} = 52.5m$$

$$\therefore A_1 = \sqrt{52.5(52.5-40)(52.5-30)(52.5-35)} = 508.33m^2$$



تستخدم المعادلة (4) لحساب مساحة المثلث (2) كالآتي :

$$A = \frac{1}{2} a * c * \sin \angle B \text{ ----- 4}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} 20 * 40 * \sin 48^\circ$$

$$\therefore A_2 = 397.81m^2$$

$$\therefore A = \sum A_1 + A_2$$

$$\therefore A = 508.33 + 397.81 = 906.14m^2$$